

BERICHT
aus dem
PSYCHOLOGISCHEN INSTITUT
DER UNIVERSITÄT HEIDELBERG

Diskussionspapier Nr. 24/ IV
Juli 1982

DIE ENTWICKLUNG DES ZAHLBEGRIFFS+

Teil IV : Die Trainierbarkeit ordinaler
und kardinaler Konzepte und
ihre Beziehung zum Zahlbegriff

Friedrich Voigt

+ Aus dem von der Deutschen Forschungsgemeinschaft ge-
förderten Forschungsprojekt "Entwicklungslinien
des Zahlbegriffs im Vorschulalter"

Antragsteller Prof. Franz E. WEINERT

DIE TRAINIERBARKEIT ORDINALER UND KARDINALER KONZEPTE UND IHRE BEZIEHUNG ZUM ZAHLBEGRIFF

1.	Einführung	S. 1
2.	Theoretische und empirische Einordnung der Studie	
2.1.	Theorien der Zahlbegriffsentwicklung und die Trainierbarkeit ordinaler und kardi- naler Konzepte	S. 4
2.2.	Empirische Übersicht : Trainierbarkeit kardinaler und ordinaler Konzepte und ihre Beziehung zur Zahlinvarianz	S. 8
2.3.	Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	S. 14
3.	Durchführung der Untersuchung	
3.1.	Begründung des Untersuchungsaufbaus	S. 18
3.2.	Aufbau der Untersuchung	S. 21
	Stichprobe	S. 21
	Aufbau	S. 22
	Testleitertraining	S. 23
	Trainingsmaterialien	S. 23
	Trainingsformen	S. 25
	Vortestaufgaben	S. 29
	Zuverlässigkeit der Kodierung	S. 34
4.	Darstellung der Ergebnisse	
4.1.	Analyse der Trainingsunterschiede mit varianzanalytischen Methoden	S. 35
4.2.	Untersuchung der Veränderungswerte in einzelnen Trainings	S. 45
4.3.	Untersuchung qualitativer Veränderungen in den Stadien	S. 49
4.4.	Anmerkungen zur Stadien-Lernhypothese	S. 53
5.	Zusammenfassende Diskussion und Interpretation	S. 60

Literatur

Anhang: Trainingsmaterialien (Aufgaben)
Trainingsbögen (Aufzeichnungsbögen)

1. Einführung

Die Frage, welche Fertigkeiten und Strukturen des Denkens elementaren mathematischen Fähigkeiten von Kindern zugrundeliegen, hat die Psychologie über achtzig Jahre hinweg beschäftigt. Neben Phasen in der Geschichte dieses Interesses, in denen die elementaren arithmetischen Fertigkeiten - wie Zählen und die elementaren Operationen - selbst ins Blickfeld rückten, fanden sich immer wieder auch Perioden, die sich der weiterführenden Frage zuwandten, welche Relevanz dem Zahlbegriff im umfassenderen Sinne in der Entwicklung des Kindes zukommt, und aus welchen logischen Strukturen und/oder einfacheren Fähigkeiten des Kindes er sich entfaltet. Damit wird nicht nur bedeutsam, wie man den Begriff der 'natürlichen Zahl' im Denkprozeß des Kindes zu definieren sucht, sondern auch das Problem gestellt, logisch und mathematisch begründete Zugangswege zur Zahl in Beziehung zur 'natürlichen' Denkentwicklung in den ersten sechs Lebensjahren des Kindes zu entdecken. Logische Definitionen und Herleitungen dienen in diesem Sinne selbst als Modelle der Entwicklung : entweder, indem sie grundlegende (logisch begründbare) Komponenten eines Begriffs vor Augen führen oder indem sie die logische Konstitution eines Begriffs in Analogie zu seiner zeitlichen Genese deuten.

Im ersten Teil dieses Institutsberichts wurden die theoretischen Grundlagen der Zahlbegriffsentwicklung erarbeitet und zugleich versucht, ihre empirische Bestätigung zu bewerten. Zwei Vorgehensweisen sind in der Entwicklungspsychologie typisch, um die Übersetzbarkeit eines logischen Modells in ein Modell der Entwicklung zu überprüfen. Einmal kann man über Beobachtungen von Entwicklungssequenzen verschiedenartiger Aufgabenformen überprüfen, in welcher Reihenfolge ein Kind Aufgaben bewältigt, die man als Re-

präsentanten eines bestimmten logischen Prinzips sieht. Obwohl das Studium solcher Entwicklungssequenzen in der Entwicklungspsychologie große Beachtung findet, erlauben auch mit relativ großer Sicherheit bestätigte Schwierigkeitsbeziehungen zwischen einzelnen Aufgaben nicht auf eine eindeutige funktionale Beziehung zwischen diesen Aufgaben (und damit den zugrundeliegenden Fertigkeiten und/oder logischen Strukturen) zu schließen. Solche funktionellen Zusammenhänge sind eher begründbar, wenn man gemeinsame Lösungsprinzipien formuliert, die die Bedeutung eines einfacheren Lösungsprinzips für die Konstitution des komplexeren Begriffs verdeutlichen.

Der zweite Weg bietet sich in Form von Trainingsstudien an, die die behaupteten funktionellen Beziehungen in ein Interventionsexperiment zu übersetzen suchen. In diesem Versuch einer Simulation der Entwicklung, wird die zeitliche Erstreckung der Entwicklungsprozesse sozusagen zusammengedrängt, um die Genese des Begriffs und seiner Vorläufer und Vorbedingungen in einer zeitlich überschaubaren experimentellen Studie beobachten zu können. Trainingsstudien unterziehen daher die angenommenen funktionellen Beziehungen und Invarianzen in der Genese eines Begriffs einer strengeren Überprüfung als dies Sequenzstudien erlauben würden. Allerdings ist dabei von zentraler Bedeutung, ob die Trainingssequenz eine plausible Übersetzung der Entwicklungsprozesse erlaubt, oder ob nicht ein bestimmtes Lernprinzip vermittelt wird, das denkbare Sequenzen und Zusammenhänge in der Entwicklung nur vortäuscht. Denn nicht die Frage der Vermittelbarkeit oder der Beeinflußbarkeit von kognitiven Prozessen und Begriffen im engeren Sinne interessiert hier, sondern die Frage der 'natürlichen Genese'.

In dem folgenden theoretischen Teil wird versucht, die vorliegenden Theorien der Zahlbegriffsentwicklung prägnant zusammenzufassen, um ihre möglichen Vorhersagen für die Beeinflußbarkeit bestimmter kognitiver Begriffe (in Abhängigkeit von Alter und Position des Kindes in einer denkbaren Entwicklungssequenz von Aufgaben) und die Zusammenhänge zwischen bestimmten Aufgabenformen, die als Repräsentanten der zugrundeliegenden (logischen) Strukturen der Zahlbegriffsentwicklung betrachtet werden, zu beschreiben. Anschließend werden die empirischen Ergebnisse, die diese Vorhersagen bewerten lassen, kurz referiert, wobei allerdings schon hier angemerkt werden kann, daß nur eine kleine Zahl von Untersuchungen für diese Fragestellung Relevanz hat. Darauf aufbauend wird schließlich die vorliegende Trainingsstudie begründet, und mit den Hypothesen, die aus den drei referierten Theorien ableitbar sind, leitet der Text dann auf die Darstellung der Durchführung der Trainingsstudie über.

2. Theoretische und empirische Einordnung der Studie

2.1. Theorien der Zahlbegriffsentwicklung und die Trainierbarkeit ordinaler und kardinaler Konzepte

Die Untersuchung theoretischer Ansätze der Zahlbegriffsentwicklung auf ihre empirische Gültigkeit wird dadurch erschwert, daß die Definition des Begriffs der Zahl nicht konsistent erfolgt, so daß eine Veränderung der theoretischen Perspektive zugleich eine neuartige Deutung des Begriffs der 'natürlichen Zahl' einschließt. Bedenkt man, daß es sich die Entwicklungspsychologie zur Aufgabe stellt, die Gültigkeit logischer Modelle für die Deutung der Entwicklung der Kognition beim Kind zu prüfen, so ist die Variation der operativen Kriterien für den Begriff der Zahl natürlich wenig zufriedenstellend.

Drei theoretische Ansätze zur Entwicklung des Zahlbegriffs liegen z.Zt. vor : In der Theorie Piagets wird die Entwicklung des Zahlbegriffs durch die Bildung arithmetischer Einheiten gedeutet, die aus der Synthese zweier logischer Strukturen im Denken des Kindes hervorgehen, nämlich der Seriation und der Klassifikation. Das Zusammenwirken dieser logischen Strukturen, die für sich unvollständig sind, erschließt dem Kind operative Prinzipien für den Umgang mit der Zahl : Ordnungsbeziehungen innerhalb der Reihe der natürlichen Zahlen und Klassifikationsoperationen, die bei der Bildung von Mengen und Teilmengen wirksam werden. Piagets Indikator für die Zahlbegriffsentwicklung ist die Zahlinvarianzaufgabe, für deren Lösung das Kind eine konkret-operationale Struktur erworben haben muß. Inwieweit das Kind die operativen Prinzipien einsetzen kann, die eben genannt wurden (Ordnen und Klassifizieren), ist allerdings für die Zahlinvarianzaufgabe nicht geklärt. In neueren Modellen der Zahlinvarianzaufgabe wird stattdessen die Fähigkeit des Kindes betont, die Transformationen, die auf

die vorgelegten Gegenstände ausgeführt werden, zu klassifizieren und so ihre Wirkung - z.B. auf die Zahl - einzustufen. (1) Dieses Modell der Konstitution der Zahlinvarianz greift also auf ein allgemeines Prinzip von Invarianzaufgaben zurück, ohne spezifische Indikatoren des operativen Zahlverständnisses beim Kind zu betrachten.

Die kardinale Theorie der Zahlbegriffsentwicklung leitet sich aus der logischen Deutung der Zahl als einer Klasse ähnlicher Klassen (Russell) her, wobei die quantitativen Strategien des Kindes beim Vergleich von konkreten Anordnungen und Mengen von Gegenständen in den Vordergrund rücken. Über die Abstraktion konkreter Kollektionen von Gegenständen (deren Anzahl 'numerisch' über Zählen, Schätzen oder Eins-Zu-Eins-Korrespondenz bestimmt wurde) gelingt es dem Kind äquivalente Klassen von Objekten zu definieren, die es in Verbindung mit einer symbolischen Deutung der Zahlenreihe (d.h. der Kenntnis der Ziffern) dann auch auf einer nur abstrakt-symbolischen Ebene anwenden kann. Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung für die kardinale Theorie wären Aufgabenformen, in denen das Kind ein abstraktes (logisch und nicht länger numerisch begründetes) Verständnis der Ähnlichkeit zwischen Klassen von Objekten zeigt. Dazu eignet sich einerseits die Kardinationsaufgabe nach Brainerd, in der das Kind statische Mengenvergleiche vornehmen muß. Bei dieser Aufgabe ist allerdings nicht geklärt, ob das Kind trotz Kenntnis logischer Ähnlichkeitsbeziehungen dennoch durch die räumlichen Wahrnehmungsreize der Länge und der Dichte irregeführt wird, was man sich bei ungünstigen räumlichen Ausprägungen im Grunde noch für Erwachsene vorstellen könnte. Daneben ist die Zahlinvarianzaufgabe Piagets ein möglicher Indikator kardinalen Wissens des Kindes, da in ihr das Wissen um die Invarianz quantitativer Beziehungen zwischen zwei Reihen von Gegenständen gegenüber räumlichen Transformationen beobachtet werden kann.

(1) siehe Institutsbericht 24/III (Trainingsstudien)

Die kardinale Theorie erlaubt im begrenzten Rahmen Vorhersagen über die Trainierbarkeit kardinaler Strategien des Kindes und deren Zusammenhang mit Indikatoren des Zahlbegriffs. Zwar präzisiert sie nicht, aus welchen konkreten Erfahrungen das Kind ein logisches Verständnis der Ähnlichkeitsrelation zwischen Klassen von Gegenständen ableiten kann, doch läßt sich vermuten, daß Kinder im Alter zwischen 5 und 7 Jahren aus Erfahrungen mit konkreten Mengenvergleichen (über Zählen und Korrespondenz) wie auch Erfahrungen mit statischen Anordnungen (im Sinne der Kardinationsaufgabe Brainerds, in der die Bedeutung von Wahrnehmungsdimensionen beobachtet werden kann), das Verständnis der Kardination ableiten. Dieses Wissen spiegelt sich dann zugleich in den Indikatoren des Zahlbegriffs wider : etwa der Kardinationsaufgabe oder der Zahlinvarianz. Über die zeitliche Beziehung zwischen Erwerb der Kardination und dem Verständnis des Zahlbegriffs macht diese Theorie keine Aussage, allerdings sind die Indikatoren beider logischer Strukturen formal relativ ähnlich. Über die Bedeutung der Kardination für die elementaren arithmetischen Fertigkeiten und Operationen (Addition etc.) des Kindes gibt es ebenfalls keine Vorhersagen. Gelingt aber das Training der Kardination, so erwartet man eine Übertragung auf die Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung und auch der arithmetischen Operationen, denen der Zahlbegriff zugrundegelegt ist (vgl. Brainerd, 1979).

Die ordinale Theorie der Zahlbegriffsentwicklung baut auf Versuchen in der Mathematik auf, die inneren Ordnungsbeziehungen innerhalb der Reihe der natürlichen Zahlen zu axiomatisieren. Der Zahlbegriff leitet sich für diese Theorie aus dem Konzept der Ordination ab: das Verständnis des Kindes für asymmetrische und transitive Beziehungen erschließt dem Kind logische Ordnungsbeziehungen, die es in der

Reihe der natürlichen Zahlen (z.B. bei arithmetischen Operationen) anwenden kann. Erneut präzisiert diese Theorie nur sehr grob, in welcher zeitlichen Relation in der Entwicklung die beiden logischen Konzepte der Ordination und der Zahl stehen : das erstere fällt dem Kind leichter als das zweite. Aufgabenstellungen, die die Ordination erfassen, finden sich in den traditionellen Seriationsaufgaben nach Piaget und in Aufgaben zur Transitivität (z.B. von Längenbeziehungen). Dagegen benennt die ordinale Theorie keine Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung. Selbstverständlich eignen sich für diese Theorie arithmetische Prozesse und Operationen, nur ist die Generalität solcher elementarer Operationen schwer abzusichern. Eine Einordnung der Zahlinvarianz in die ordinale Theorie andererseits gelingt nur schwer, obwohl im Verständnis von Piaget auch hier operative Prinzipien (Ordnungsprinzipien) eine Rolle spielen.

Die ordinale Theorie nimmt allgemein an, daß ordinale Konzepte im Alter zwischen 5 und 6 Jahren relativ gut trainierbar sind und beim Erfolg innerhalb eines Trainings der Ordination auch eine Übertragung auf die verschiedenen Indikatoren der 'Zahl' stattfindet. (1)

Sowohl die kardinale Theorie als auch die ordinale Theorie versuchen auch Aussagen zur relativen Trainierbarkeit der ordinalen und kardinalen Konzepte zu machen (vgl. Brainerd, 1979). Damit wird impliziert, innerhalb einer bestimmten Altersgruppe ließe sich das eine Konzept leichter vermitteln als das Vergleichskonzept. Die Kriterien für die relative

(1) Ausführlichere Darstellungen der Theorien finden sich z.B. in Brainerd (1979) und im Institutsbericht (24/I)

Trainierbarkeit solcher Konzepte sind allerdings fragwürdig. Inwieweit kann man Trainingsstrategien für so unterschiedliche Konzepte vergleichen (sofern man nicht einfache Lernmethoden verwendet, z.B. bloße Rückmeldung über die richtige und falsche Antwort, siehe Brainerd, 1973), und wie kann man überhaupt bewerten, welches die erfolgreichste Trainingsstrategie mit einem gewählten Konzept ist? Die anschließende empirische Übersicht zeigt, daß nur eine kleine Zahl von Studien vorliegt, und vergleichende Studien, die eine bestimmte Trainingsform mit einer zweiten vergleichen, genauso wenig bekannt sind wie Kreuzvalidierungen der Wirksamkeit einzelner Trainings-techniken. Daher soll die Frage der relativen Trainierbarkeit hier zurückgestellt werden. Wichtiger scheint die zeitliche Relation zwischen den Konzeptbereichen zu betrachten, die es erlaubt, einen möglichen Transfer vom 'einfacheren' Konzept auf das schwierigere anzunehmen.

2.2 Empirische Übersicht : Trainierbarkeit kardinaler und ordinaler Konzepte und ihre Beziehung zur Zahlinvarianz

Die nachfolgende Übersicht bezieht sich in erster Linie auf die Vorhersagen der ordinalen und kardinalen Theorie der Zahlbegriffsentwicklung. Trainingsstudien zur Zahlinvarianzaufgabe selbst werden nicht referiert, da sie die Beziehung zwischen einem Lösungs- oder Entwicklungsmodell und einer entsprechenden Trainingsstrategie aufgreifen, während im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Relationen zwischen den logischen Strukturen der Kardination, der Ordination und des Zahlbegriffs betrachtet werden. Da die Definition des Zahlbegriffs selbst unsicher ist, soll kurz der Zusammenhang zwischen Piaget-Aufgaben und arithmetischen Fertigkeiten erwähnt werden.

Carpenter (1980) gibt eine umfassende Übersicht über den Zusammenhang zwischen verschiedenen Piaget-Aufgaben und mathematischen Fähigkeiten von Kindern. Die Korrelationen zwischen verschiedenartigen Aufgaben aus dem Bereich der konkreten Operationen (Klassifikation, Seriation und Zahleninvarianz werden am häufigsten als Kriterien verwendet, neben Aufgaben zur räumlichen Perspektivität) und der mathematischen Leistung des Kindes, weisen auf einen allgemeinen Zusammenhang zwischen diesen logischen Strukturen als Repräsentanten der kognitiven Entwicklung und den Lernprozessen des Kindes im mathematischen Bereich hin. Welche spezifischen Beiträge einzelne logische Fähigkeiten leisten, dazu finden sich in der Forschung keine sicheren Antworten, weil die Ergebnisse zu variabel und die beobachteten Zusammenhänge nie über ein mittleres Maß an Korrelationen hinausgehen.

In dem Sammelband von Steffe (1975) werden eine Reihe von Trainingsstudien referiert, die den Zusammenhang zwischen den angesprochenen logischen Strukturen betreffen. Dazu gehören u.a. Studien, die sich mit der Trainierbarkeit der Längentransitivität und Längenrelationen befassen, wobei die gewählten Transferkriterien aber meist in ähnlichen Konzeptbereichen liegen. So wurde in der Arbeit von Steffe und Carey (in Steffe, 1975) die Beeinflussbarkeit des Verständnisses des Kindes für Längenvergleiche untersucht, wobei auch ein begrenzter Transfer auf eine Aufgabe zur Längeninvarianz beobachtet wurde. In der Arbeit von Martin L. Johnson wurden Aufgaben zur Klassifikation und zur Seriation in die Lehreinheiten miteinbezogen. Die berichteten Trainingseffekte waren relativ begrenzt, und es zeigten sich keine spezifischen Transferunterschiede auf Aufgaben zur Längeninvarianz und zur Längentransitivität. Lovell (1975) stellt dazu die Frage, inwieweit es in solchen

Seriations- und Klassifikationstrainings gelungen ist, dem Kind ein operatives Verständnis der Aufgabe zu vermitteln (Lovell, 1975, S.179).

Die Untersuchung von Lesh, R.A. widmete sich ausdrücklich der Wechselbeziehung zwischen Klassifikation, Seriation und Zahlkonzept. Die Kinder in den Trainingsgruppen durchliefen eine Sequenz von Seriationsaufgaben oder den Klassifikationsaufgaben, die in ihrer Schwierigkeit abgestuft waren. Auch die Aufgaben aus dem Zahlbereich waren in ihrer Schwierigkeit abgestuft, und Lesh versuchte, Vergleiche zwischen den drei Konzeptbereichen anhand der aufgestellten Schwierigkeitsebenen aufzustellen. Es bleibt dabei allerdings unklar, inwieweit diese Definition vergleichbarer Aufgabenniveaus theoretisch gerechtfertigt werden kann. Das Training zeigte einen positiven Transfer der Instruktion auf die Zahlaufgaben (5 von 10 Kindern in der Experimentalgruppe zeigten eine fast vollständig richtige Lösung der Zahlinvarianzaufgabe). Ein Transfer auf Aufgaben, die räumliche Perspektivität (Piagets 'Bergeaufgabe') erfassen, konnte Lesh nicht beobachten. Seine Folgerung, daß "eine Tendenz (bestehe), für die Werte, in der Zahlaufgabensequenz zwischen den Werten der anderen beiden Sequenzen zu liegen" (Lesh, 1975, S.118), die im Sinne der Theorie Piagets einige Bedeutung hätte, ist durch die Probleme, die die Schwierigkeitsabstufungen der Aufgaben stellen, nicht nachprüfbar.

Obwohl der Band sich explizit mit der Frage beschäftigt, welche Zusammenhänge zwischen den logischen Strukturen der Klassifikation, der Seriation (und Transitivität) und des Zahlbegriffs bestehen, liefert er auf diese Frage keine schlüssige Antworten. Dieser Folgerung schließt sich auch Lovell (1975) in seiner Zusammenfassung der Arbeiten an.

Trainingsstudien, die die Theorien der Zahlentwicklung im engeren Sinne überprüft haben, liegen nur in einer sehr kleinen Zahl vor (Brainerd, 1973, Brainerd, 1979, S.157-166, Brainerd, 1974, Clothiaux, 1978). Diese Arbeiten wurden bereits früher referiert (siehe Institutsbericht 24/I, S.32-34), so daß sie hier nur kurz zusammengefaßt werden sollen. Von einiger Bedeutung sind die Kriteriums-aufgaben, die für die Messung des Zahlverständnisses oder des Zahlbegriffs verwendet wurden.

Brainerds erste Arbeit (1973) untersuchte den Zusammenhang zwischen ordinalen und kardinalen Fähigkeiten, die mit spezifischen Aufgaben zur Ordination und Kardination identifiziert wurden, und den arithmetischen Fertigkeiten des Kindes, die in Form von Additions- und Subtraktionsaufgaben vorlagen. Die Trainingsprozedur bestand in einer einfachen verbalen Rückmeldung an das Kind, ob es in der Ordinations- bzw. in der Kardinationsaufgabe die richtige Antwort gegeben hatte. Der spezifische Transfer von den erworbenen Ordinationsfähigkeiten auf die arithmetischen Fertigkeiten des Kindes ist relativ überraschend, vergleicht man Studien, die den Zusammenhang zwischen der Ordination und der Seriation und mathematischen Fertigkeiten geprüft haben (z.B. Hiebert, 1981, Mpiangu & Gentile, 1975, Steffe, 1975). Brainerd verzichtete darauf, einen Indikator eines operativen Verständnisses des Kindes für die Zahl zu verwenden. Brainerd (1974) versuchte, die relative Trainierbarkeit von ordinalen und kardinalen Aspekten der natürlichen Zahlen zu erfassen. Obwohl diese Studie zeigt, daß das Kind die ordinale Bedeutung der Zahlen in Mengenvergleichen leichter erwirbt, ist die Relevanz dieser Ergebnisse für den Erwerb des operativen Verständnisses der Zahl (Zahlinvarianz) und dem Verständnis anderer arithmetischer Fähigkeiten des Kindes nicht klar.

Schließlich wurde in der Arbeit von Clothiaux (1978) ein Vergleich zwischen ordinalem Training (Seriationsaufgaben und Verbindung dieser Ordnungsbeziehungen mit Zahlen), kardinalem Training (Mengenvergleiche in Beziehung zu Zahlen und Ziffern) und eine gemischte Instruktionsgruppe (je zur Hälfte Kardination und Ordination) durchgeführt. Die Trainingsaufgaben wurden in den regulären Schulunterricht eingebettet und erstreckten sich über einen Zeitraum von etwa zwei Wochen. Tatsächlich belegen auch die Resultate dieser Arbeit die ordinale Theorie, insoweit die ordinale Instruktion als einzige einen Transfer auf die arithmetischen Fertigkeiten (d.h. Additions- und Subtraktionsaufgaben) zeigte. Die absoluten Veränderungen infolge des Trainings waren eher bescheiden. Auch wurde eine Kontrolle des operativen Wissens der Kinder über Transformationen mit Mengen (Zahlinvarianz) nicht verwendet.

Aus den Ergebnissen dieser drei Arbeiten kann man keine überzeugenden Schlußfolgerungen ziehen, welche funktionelle Beziehungen zwischen den angesprochenen Konzeptbereichen bestehen. Sicherlich finden sich stets leichte Vorteile der ordinalen Theorie: bei der Trainingswirksamkeit und auch in den Transferwirkungen auf einfache arithmetische Aufgaben. Nur bleiben diese Trainingswirkungen eher bescheiden, und sie sind bislang nicht in eine präzisere theoretische Formulierung eingebettet, die deutet, wodurch solche funktionellen Beziehungen zwischen den Konzepten entstehen.

Halford und Fullerton (1970) verwendeten im Rahmen ihres Trainingsexperimentes eine Diskriminationsaufgabe, deren Ziel es ist, Zahlinvarianz anzuregen. In dieser Aufgabe, in der Gruppen von Puppen, die unterschiedliche räumliche Anordnungen haben, in eine bestimmte Zahl von Betten ein-

geordnet werden sollten (Bekommen alle Puppen ein Bett?), wurde versucht die Aufmerksamkeit des Kindes auf die Quantitätsreize zu lenken (speziell der Eins-Zu-Eins-Korrespondenz), um ihm so nahezulegen, sich von den unzuverlässigen Wahrnehmungsreizen zu lösen. 12 Kinder in der Experimentalgruppe (und 12 Kinder in der Kontrollgruppe) im Alter von durchschnittlich 76 Monaten nahmen teil. Die Trainingsmethode regte bei zwei Dritteln der Kinder ein "stabiles Invarianzkonzept" an, daß auch gegen Gegen-suggestion resistent war. Die Autoren leiten daraus ab, daß das Kind aus Vergleichsaufgaben allmählich die diskriminativen Reize für die Quantität ableitet und sich von der Wahrnehmungsschätzung ablöst. "Um zu erhalten, müssen Kinder entdecken, daß die Zahl bestimmt ist von Korrespondenzen (möglichen oder tatsächlichen) zum Standardreiz und nicht von der Länge oder der räumlichen Verteilung, wenn sich die beiden nicht gegenseitig kompensieren" (Halford und Fullerton, 1970, S.206). Die Ergebnisse dieser Arbeit lassen sich gut in den Rahmen der kardinalen Theorie der Zahlbegriffsentwicklung einordnen, denkt man daran, daß die kardinale Theorie eine Abstraktion von Quantitätsreizen bei statischen Reizanordnungen annimmt. Im Training wurden auch statische Anordnungen verwendet, ohne dem Kind Transformationen wie in der Invarianzaufgabe vorzuführen. Das Kind mußte im Training nämlich die richtige Reihe von Puppen (aus vier anderen) auswählen, die in die vorgegebene Reihe von Betten paßt. Die Ergebnisse der Arbeit sprechen also für einen Zusammenhang zwischen Kardination und Zahl-invarianzerwerb.

Hiebert (1981) untersucht die Beeinflußbarkeit der Fertigkeiten von Kindern beim linearen Messen und prüft dabei die Frage, ob die Invarianz eine notwendige Voraussetzung für den Erfolg des Kindes darstellt. Leider beobachtet er nur das operative Verständnis des Kindes in der Längen-

invarianzaufgabe. Seine Ergebnisse lassen ihn daran zweifeln, daß die Piaget-Aufgaben zur Transitivität und zur Längeninvarianz als Kriterien dienen können, um vorherzusagen, ob das Kind an einer Instruktion über Meßaufgaben teilnehmen kann. "Es gab zu viele Kinder, in dieser Studie, die die Piaget-Aufgaben nicht lösten und dennoch angemessene Meßstrategien erwarben, als daß man diese Aufgaben als Indikatoren der Lernbereitschaft (readiness tasks) vertreten könnte" (Hiebert, 1981, S.208). Andere Untersuchungen, die den Zusammenhang zwischen Piaget-Aufgaben und der Fähigkeit des Kindes, mathematische Aufgaben zu erlernen, geprüft haben, zeigen ähnliche Ergebnisse (vgl. Mpiangu & Gentile, 1975).

2.3. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Die Ergebnisse einer Reihe von Studien begünstigen die ordinale Theorie der Zahlbegriffsentwicklung, da die Resultate dafür sprechen, daß die Ordination (und Seriation) leichter vermittelt werden kann als etwa die Kardination, und in Trainings auch gewisse Transfereffekte auf die Zahlkompetenzen des Kindes gefunden wurden. Diese Bewertung muß man aber insoweit einschränken, als die beobachteten Zusammenhänge relativ begrenzt waren. Bei Korrelationsstudien, die dem Zusammenhang zwischen Piaget-Aufgaben, Ordination und arithmetischen Fertigkeiten gewidmet sind, wurden nur relativ niedrige Werte gefunden. Die ordinale Theorie behauptet im Grunde, daß das Konzept der Ordination zumindest eine notwendige Bedingung des Zahlbegriffs ist. Die Forschung im Bereich der mathematischen Fertigkeiten hat diese Wichtigkeit des Konzepts der Ordination für die Zahl und das Zahlverständnis des Kindes bisher nicht belegen können (z.B. Mpiangu & Gentile, 1975, Carpenter, 1980).

Die kursorische Übersicht über Arbeiten, die den Zusammenhang zwischen den logischen Konzepten der Kardination, der Ordination und des Zahlbegriffs im Rahmen von Trainingsstudien betrachtet haben, zeigt wie wenig schlüssig die bisherigen Forschungsergebnisse sind. Das liegt nicht nur an der kleinen Zahl von durchgeführten Untersuchungen, sondern auch an der Variabilität der Trainingsstrategien, die zum untersuchten Konzept keine unmittelbare Beziehung haben. Die logische Grundlegung der Zahl wird aus der Isomorphie der angesprochenen logischen Strukturen abgeleitet (etwa der Kardination und der Zahl); um diese Isomorphie veranschaulichen zu können, müßte man allerdings Modelle der Lösungsstrategien einer Aufgabe vorlegen, die den funktionellen Zusammenhang zweier logischer Strukturen vor Augen führen kann. Trainingsmethoden sollten in diesem Sinne aus einem Lösungsmodell ableitbar sein oder zumindest inhaltlich so variabel gestaltet werden, daß sie eine plausible Übersetzung der Lösungsvarianten des jeweiligen logischen Prinzips darstellen können.

Beim Entwurf von Trainingsstudien sollte man zudem eine Reihe von theoretischen Prinzipien beachten, die die Prüfung der Theorien der Zahlbegriffsentwicklung stringenter macht. Einmal scheint die Relation zwischen Trainierbarkeit eines Konzepts und beobachtbarem Transfer sehr wichtig. Die Wirksamkeit einer Trainingstechnik ist nicht immer ein zuverlässiges Kriterium, daß das Kind ein Konzept in gleicher Weise erworben hat, wie es in der natürlichen Entwicklung oder unter anderen systematischen Lernbedingungen entsteht. Größere Trainingswirksamkeit könnte z.B. andeuten, daß es mit einem bestimmten Konzept leichter gelingt, logisches Wissen über einfachere Lösungsstrategien zugänglich zu machen (vgl. Fischers Begriff des 'mimicking'). Verdeutlicht findet man diesen Gedanken in der amerikanischen Forschung zum Erwerb der Seriation und Transitivität (z.B.

Thayer und Collier, 1978, Breslow, 1981). Trainingsstudien, die nur auf die Wirksamkeit des Trainings bei einer spezifischen Aufgabe achten, übersehen die Frage, wie präzise eine gewisse Aufgabe die behauptete begriffliche Struktur übersetzt. Daher ist es gerechtfertigt, die Frage der (relativen) Trainierbarkeit eines Konzepts zurückzustellen und die Untersuchung funktioneller Zusammenhänge in den Vordergrund zu rücken.

Entwirft man demnach eine Trainingstechnik, die den Lösungsprozessen in der natürlichen Entwicklung nahekommen könnte, so ist die Prüfung des theoretisch abgeleiteten Transfers auf verwandte Strukturen die stringenste Form, die Theorien der Zahlbegriffsentwicklung zu bewerten.

Das schließt ein weiteres Prinzip der Trainingsform ein, die mit dem erkenntnistheoretischen Hintergrund der genetischen Epistemologie in Verbindung steht : Trainingsmethoden sollten eher die Form entdeckenden Lernens als 'forcierte' Wege wählen, um strukturelle Zusammenhänge aufzudecken. Spezifische Trainingsstrategien wie auch Informationsverarbeitungsmodelle konzentrieren sich auf die zeitlich begrenzte Genese einer bestimmten Lösungsstrategie des Kindes (vgl. Breslow, 1981, S.348-349), während die diskutierten Theorien der Zahlbegriffsentwicklung sehr allgemeine strukturelle Verbindungen und Verwandtschaftsbeziehungen zwischen verschiedenartigen Konzeptbereichen ansprechen, deren Zusammenwirken und zeitliche Konstitution über einen größeren Zeitraum in der Entwicklung erstreckt sein muß. Sollen Trainingstechniken diesen formalen Verbindungen nachgehen, so müssen sie über den Erwerb spezifischer Lösungsstrategien hinausgehen. Daher sind z.B. Methoden der einfachen verbalen Rückmeldung trotz ihrer möglichen Effektivität kein sicherer Weg zu Prüfung der Theorien der Zahlbegriffsentwicklung.

Damit ist ein weiteres Dilemma angesprochen : die Relation zwischen Trainingsintensität und spezifischen Aufgaben, mit denen das Kind umgeht. Trainiert man mit dem Kind sehr intensiv ein bestimmtes Aufgabenprinzip, ist die Annahme einer Generalisierung auf völlig andersartige Lösungsstrategien und Aufgabenformen schwer bestimmbar. Beispielsweise wäre es überaus interessant, sowohl für die Bewertung der Informationsverarbeitungstheorie Trabassos als auch der ordinalen Theorie der Zahlbegriffsentwicklung, ob das intensive Seriations- und Transitivitätstraining Trabassos und seiner Mitarbeiter auch Transferwirkungen auf andere Aufgabenbereiche nach sich zieht (zur Übersicht Thayer und Collier, 1978). Vermutet man, daß es zwar eine größere Zahl von Lösungswegen zu einer Aufgabe gibt (etwa der Seriation), aber nur eine kleine Zahl dieser Lösungswege eine Verbindung zu anderen Konzeptbereichen knüpft, so erkennt man das Dilemma, daß auch sehr intensive Trainingsmethoden, die ein spezifisches Aufgabenprinzip verfolgen, zwar eine hohe Wirksamkeit haben können (z.B. beim Erwerb der Seriation), aber keine Transferwirkungen nach sich ziehen müssen. Dieser Widerspruch zwischen Trainingswirksamkeit und Übertragung der wirk-samen Trainingserfahrungen auf andere Konzeptbereiche läßt sich wohl kaum allein durch empirische Sammlungen der Transferwirkungen bei verschiedenartigen Trainingstechniken lösen, wenn nicht formalere Lösungsmodelle die Trainings-wirksamkeit als auch die Transferwirkung verdeutlichen können.

Zusammengenommen kann man also sagen, daß Methoden entdeckenden Lernens den Vorzug gegenüber forcierten Methoden haben, daß die Trainingswirksamkeit ein sekundäres Kriterium ist, das der Prüfung funktioneller Zusammenhänge nachgeordnet sein darf, und schließlich, daß eine angemessene Beziehung zwischen Trainingsintensität und Breite der Erfahrungen bestehen muß, mit denen das Kind umgeht.

3. Durchführung der Untersuchung

3.1. Begründung des Untersuchungsaufbaus

Die dargestellte Trainingsstudie versucht, den Zusammenhang zwischen kardinalen und ordinalen Konzepten und dem Zahlbegriff erneut zu überprüfen. Die Trainingsmethode zielt in erster Linie darauf ab, die empirische Gültigkeit der kardinalen und der ordinalen Theorie der Zahlbegriffsentwicklung zu bewerten. Um diese formale Problemstellung in eine angemessene Untersuchungsstrategie zu übersetzen, wurden zwei Fragen in den Vordergrund gestellt: Einmal, lassen sich die Konzepte der Ordination sowie der Kardination in Trainings, die am selbstentdeckenden Lernen orientiert sind, vermitteln? Zweitens, inwieweit finden sich bei Trainingswirksamkeit auch tatsächlich Transferwirkungen auf die Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung? Im Rahmen der referierten Theorien lassen sich einige wenige, dafür aber sehr spezifische Hypothesen ableiten. Die ordinale Theorie unterstellt bei dem erfolgreichen Erwerb des Konzepts der Ordination eine Transferwirkung auf die Indikatoren des Zahlbegriffs, dieselbe Vorhersage trifft die kardinale Theorie für den Erwerb des Konzepts der Kardination. Piaget unterstellt im Rahmen der konkreten Operationen einen engen strukturellen Zusammenhang, zumindest zwischen den Strukturen der asymmetrischen Seriation und der Invarianz, so daß auch in seiner Theorie ein Transfer zwischen Seriations- und Zahlbegriffsaufgaben zu erwarten sein wird.

Wichtig für die Prüfung dieser sehr allgemein gehaltenen Vorhersagen der drei Theorien ist die Wahl der jeweiligen Indikatoren des begrifflichen Wissens beim Kind.

Als Indikatoren der Ordination eignen sich zwei Aufgabenformen, die sich auch in der Forschung als relativ zuverlässig erwiesen haben. Erstens die Seriationsaufgabe

Piagets, die die Fähigkeit des Kindes prüft, Stäbe unterschiedlicher Länge aufzureihen und zusätzlich weitere Stäbe zwischen die bereits aufgereihten einzufügen. Eine Einschränkung muß man gegenüber dieser Aufgabe aber insofern machen, als das Kind durch die Wahrnehmung seine Lösung korrigieren und verbessern kann. Eine erfolgreiche Lösung muß nicht zwingend auch bedeuten, daß das Kind die notwendigen transitiven Beziehungen innerhalb der Seriationsaufgabe versteht (vgl. Piaget, 1977). Zweitens, die Ordinationsaufgabe nach Brainerd, die der ordinalen Theorie ein wichtiges Kriterium liefert (vgl. Brainerd, 1979). Für diese spezielle Aufgabe gibt es keine empirischen Studien, die nachprüfen, inwieweit das Kind die transitive Lösung auf dem Wege nichtinferentieller Strategien (d.h. ohne logische Verbindungen der beiden Teilprämissen) erreichen kann (vgl. Breslow, 1981).

Für die Kardination eignet sich die Aufgabe, die Brainerd verwendet hat, sie wird aber in einer Hinsicht erweitert. Die Wahrnehmungslösungen, die bei der statischen Anordnung zweier Reihen von Objekten wahrscheinlich gemacht wird, werden ergänzt durch eine Aufgabe, in der durch das Verbinden der jeweiligen Objekte mittels Stäben dem Kind eine Lösung durch Eins-Zu-Eins-Korrespondenz nahegelegt wird. Die Betonung der Korrespondenz in der kardinalen Theorie der Zahlentwicklung rechtfertigt solch eine Erweiterung.

Als Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung eignen sich eine Reihe von Aufgabenstellungen. Die Zahlinvarianzaufgabe von Piaget scheint eher ein konservatives Kriterium der Zahlbegriffsentwicklung zu sein (vgl. Brainerd, 1979), so daß sie strengeren Anforderungen an die Abbildung der Struktur der Zahl genügen sollte. Ergänzt wird diese Aufgabe durch eine Identitätsinvarianzaufgabe, die den kardinalen Aspekt der Zahlinvarianz (das Vergleichen zweier Mengen) ausklammert und eine formale Invarianz gegenüber

räumlichen Transformationen prüft. Beide Aufgaben wurden natürlich einer ausführlichen Forschung unterzogen (u.a. die Frage ihrer relativen Reihenfolge in der Entwicklung). Bei Verwendung strengerer Kriterien scheinen beide Aufgaben relativ zuverlässige Kriterien operativen Wissens des Kindes über die Zahl zu liefern. Es braucht nicht noch einmal wiederholt zu werden, welche formalen Zusammenhänge die Theorien der Zahlbegriffsentwicklung zwischen diesen Strukturen ansprechen. Ergänzend sei erwähnt, daß für die Prüfung des Invarianzprinzips beim Kind im Rahmen einer der Trainingsformen, die anschließend dargestellt werden, eine Aufgabe zur Substanzerhaltung miteinbezogen wird.

Beim Entwurf der Trainingstechniken wird versucht, die zentralen Annahmen der Theorien der Zahlentwicklung aufzugreifen. In der kardinalen Theorie geht es um die Fähigkeit des Kindes, aus statischen Anordnungen die relevanten quantitativen Reize zu abstrahieren. In einem entsprechenden Training wird das Kind daher mit statischen Anordnungen von Objekten konfrontiert, in denen es den Widerspruch zwischen Wahrnehmungsreizen und quantitativen Reizen bzw. deren Zusammenwirken ableiten und abstrahieren kann. In der ordinalen Theorie andererseits wird die systematische Anwendung von Vergleichsrelationen und Ordnungsbeziehungen (Seriation) und die Identifikation dieser Ordnungsbeziehungen mit Zahlen analysiert. Daher bieten sich inhaltliche Übungen mit Seriationsaufgaben an, in denen das Kind den systematischen Aufbau der Seriation erlebt, die Größenbeziehungen sprachlich beschreibt, und schließlich die innere Ordnung mit Zahlen benennen kann (z.B. durch Abzählen der aufgereihten Objekte). Die beiden Trainingsformen (Ordinations- und Kardinatstraining) orientieren sich an diesen Prinzipien; weitere Einzelheiten finden sich in der Beschreibung der Trainings.

Als dritte Trainingsform wird eine Strategie gewählt, die sich speziell dem Erwerb der Zahlinvarianzaufgabe widmet, um Wechselbeziehungen zwischen dieser Aufgabe und den beiden anderen Konzeptbereichen sozusagen von der anderen Seite aufzusuchen. Da Trainingsmethoden zur Zahlinvarianz in großer Vielfalt vorliegen, wurde für das vorliegende Training ein theoretisches Modell aufgegriffen, das z.Zt. für die Deutung der Invarianz besonders beliebt ist : die sogenannten Transformationsmodelle, in denen die Fähigkeit des Kindes, verschiedenartige Transformationen hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Zahl zu bewerten, betont wird (vgl. Siegler, 1981)(1). Das Invarianztraining führt dem Kind eine Reihe von Transformationen vor, in denen sowohl räumliche Veränderungen als auch Additionen und Subtraktionen eingeschlossen sind. Als Kontrolle seiner Lösung wendet das Kind quantitative Strategien (Zählen und Korrespondenz) an, die es in diesem Alter schon relativ gut bewältigt. Auch hier liegt die Betonung aber auf dem selbstentdeckenden Lernen beim Kind.

3.2. Aufbau der Untersuchung

Stichprobe:

Insgesamt nahmen 125 Kinder an den Vortestaufgaben teil. Auswahlkriterium für die Teilnahme an den Trainingsaufgaben waren die Zahlinvarianzaufgabe und die Seriationsaufgabe nach Piaget. In beiden Aufgaben dienten die quantitativen Stadienkriterien als Bezugspunkte. Alle Kinder,

(1) vgl. Institutsbericht 24/III

die in der Zahlinvarianz bereits Stadium 3 (als die konkreten Operationen im Sinne Piaget) erreicht hatten, wurden nicht ins Trainingsprogramm miteinbezogen. Zusätzlich fielen einige Kinder weg, weil sie entweder die Testsequenz nicht vollständig abschließen konnten oder nicht mehr im Zeitraum der Untersuchung teilnehmen konnten. Bei der Zusammenstellung der Gruppen für die Trainingsstrategien wurden die Kinder möglichst präzise parallelisiert nach Alter in Monaten, Stadium in der Zahlinvarianz (nach Brainerd) und Stadium in der Seriation (quantitative Kriterien). Damit wurden in die drei Trainingsgruppen jeweils 22 Kinder, in die Kontrollgruppe 25 Kinder eingeordnet. Abbrüche der Kinder innerhalb des Trainings bzw. Fehlen eines Kindes beim Nachtest führten schließlich zu den folgenden Zusammensetzungen der Gruppen:

Kardinationstraining	(N=17),	Alter 54-74 Monate,	$\bar{X}=5;4$
Ordinationstraining	(N=21),	Alter 58-77 Monate,	$\bar{X}=5;6$
Invarianztraining	(N=22),	Alter 55-78 Monate,	$\bar{X}=5;6$
Kontrollgruppe	(N=25),	Alter 54-80 Monate,	$\bar{X}=5;7$

Die Zuordnung zu den Gruppen erfolgt anhand von Stadienkriterien und nicht nach quantitativen Kriterien (z.B. Anzahl der richtigen Urteile des Kindes). An der Untersuchung nahmen insgesamt 6 Kindergärten teil; in jedem Kindergarten arbeitete jeweils eine Studentin als Testleiter mit einer Gruppe von 12-18 Kindern.

Aufbau:

Alle Kinder, die in die drei Trainingsgruppen und die Kontrollgruppe eingeordnet wurden, absolvierten 5 Vortestaufgaben, die dann in identischer Form im Nachtest wiederholt wurden. Vor- und Nachtestaufgaben wurden, wenn möglich

in einer Testsitzung (ca. 20 - 25 Minuten), wenn nötig in zwei Sitzungen mit dem Kind durchgeführt.

Die Trainingsformen wurden in 4 - 8 Sitzungen, verteilt über einen Zeitraum von 3 Wochen, verwirklicht. Die Dauer der Sitzungen und die Zahl der Aufgaben innerhalb des Trainings sollten weitgehend vom Kind selbst bestimmt werden, wobei darauf geachtet wurde, ein gewisses Minimum an Aufgaben in jeder Sitzung zu bearbeiten. Alle Sitzungen waren Einzelsitzungen mit dem Kind.

Die Nachtestaufgaben wurden nach Ablauf einer Woche nach dem Training durchgeführt, wobei wieder eine oder zwei Sitzungen beansprucht wurden.

Testleitertraining:

Die verantwortlichen Testleiter wurden in den Vor- und Nachtestaufgaben sorgfältig eingeübt. Zusätzlich wurden sie mit jeweils zwei der drei Trainingsformen vertraut gemacht, die sie im Kindergarten durchzuführen hatten. Neben der theoretischen Besprechung der Materialien wurden auch Vorführungen der Testsitzungen mit einzelnen Kindern verwendet, um die Testleiter mit der Arbeitssituation vertraut zu machen.

Trainingsmaterialien:

Für jedes Training wurden eigens Materialien vorbereitet, die durch ansprechende Bilder und Vielfalt der Motive die Motivation der Kinder zur Mitarbeit aufrechterhalten sollten. Für das Kardinationstraining wurde eine Sequenz von 48 Aufgabenkarten verwendet, im Format 40 x 30 cm, auf denen ein Standardreiz (z.B. Möhren) und fünf Reihen zum

Zuordnen (z.B. Hasen) angeordnet waren. Die numerischen Unterschiede zwischen Standard und Vergleichsreihen betrugen maximal 2 Bilder. Die Vergleichsreihen variierten zudem systematisch Längen- und Dichtereize (innerhalb der fünf Reihen und zwischen den Aufgabenkarten). Insgesamt wurden acht verschiedene Bildmotive verwendet. Auf jeder Bildkarte machte das Kind fünf Vergleiche.

Für das Invarianztraining durchlief das Kind eine Sequenz von 18 Aufgaben, je zur Hälfte Identitätsinvarianzaufgaben und Äquivalenzinvarianzaufgaben. Jede Aufgabe enthielt ein neues Bildmotiv. Die Bilder variierten Anzahl (6-8 verschiedene Bilder), Deutlichkeit der räumlichen Zuordnung und Größenunterschiede der zuzuordnenden Gegenstände. Eine feste Reihenfolge der vermuteten Schwierigkeitsreihenfolge wurde jedoch nicht eingehalten (vgl. dazu Hofmann & Trepanier, 1975). Mit jeder Aufgabe führte man dem Kind acht Transformationen vor.

Für das Ordinationstraining bearbeitete ein Kind ebenfalls achtzehn Aufgaben, je zur Hälfte einfache Seriationsaufgaben und zur Hälfte Aufgaben, die das Bilden einer ordinalen Korrespondenz gestatteten. Innerhalb der Aufgabenmaterialien wurden die Größenunterschiede zwischen den aufzureihenden Bildern variiert, wobei Aufgaben mit feineren Differenzierungen am Ende der Trainingssequenz eingeordnet wurden. Mit der einzelnen Aufgabe konnte das Kind eine einfache Seriation durchführen, bei jeder zweiten Aufgabe zusätzlich eine ordinale Korrespondenz herstellen und bei einigen Aufgaben (fünf) wurden zusätzliche Bilder zwischen die bereits aufgereimte Anordnung eingefügt.

Beispiele der Trainingsmaterialien finden sich im Anhang.

Trainingsformen:

Kardinationstraining

Im Kardinationstraining arbeiten die Kinder mit statischen Kardinationsaufgaben. Aufgabenmaterialien sind 48 Bildkarten, deren oberste Reihe eine feste Zahl von Bildern enthalten. In den nachfolgenden Reihen finden sich räumlich unterschiedlich angeordnete Objekte, die das Kind zur obersten Reihe zuordnen soll. Die Korrespondenzbeziehung kann das Kind mit Hilfe von Fäden kontrollieren, die an der oberen Reihe von Objekten befestigt werden können. Im Sinne der kardinalen Theorie schließen diese Aufgabenmaterialien verschiedene räumliche (Wahrnehmungs-)Reize und Quantitätsreize ein. Durch die quantitativen Vergleiche soll das Kind auf Diskrepanzen zwischen räumlichen Reizen, insbesondere der Länge und den quantitativen Beziehungen zwischen den beiden Vergleichsmengen aufmerksam werden. Es wird so an der statischen Anordnung mit verschiedenen Reizkonstellationen der Zahlinvarianz auf einer Ebene statischen Vergleichens vertraut werden. Zählt das Kind anstelle der Korrespondenzlösung, so wird diese Kontrolle als vollwertige Lösung anerkannt. Da die Anzahl der bearbeiteten Karten relativ groß ist, werden Korrespondenzlösungen und Lösungen durch Zählen immer wieder abwechselnd durchgeführt. Mengenvergleiche durch Zählen und durch Korrespondenz werden als äquivalent behandelt.

Die Sitzungen im Kardinationstraining wurden je nach Motivation des Kindes verteilt, während manche Kinder die Karten in fünf Teilen bearbeiteten, konnten bis zu acht Sitzungen bei manchen Kindern nötig werden, um das Kind zur Mitarbeit an allen Karten zu motivieren. Dazu sollten auch die verschiedenartigen Bildmotive beitragen.

Invarianztraining

Im Invarianztraining werden Aufgaben zur Identitätserhaltung und zur Äquivalenzerhaltung miteinbezogen. Das Trainingsmaterial besteht aus einer großen Zahl verschiedenartiger Bilder, die es erlauben, bei der Darbietung einzelne Aufgabenfaktoren zu variieren, von denen bekannt ist, daß sie in diagnostischen Studien die Leistung des Kindes beeinflussen (Anzahl, Deutlichkeit in der Korrespondenz etc.). In allen dargebotenen Aufgaben wiederholen sich folgende Übungsteile :

- Herstellen der Eins-Zu-Eins-Zuordnung vor der Transformation (manchmal durch Verbinden verschiedener Bilder durch Stäbe);
- Vorführen verschiedenartiger Transformationen (Auseinanderschieben, Zusammenschieben, einen Kreis legen, ein oder zwei Elemente wegnehmen) und Urteil des Kindes, ob es noch gleichviele sind oder nicht;
- Konfrontation des Urteils des Kindes mit den tatsächlichen Größenbeziehungen : Kontrolle der Lösung durch Zählen oder durch Herstellen der Korrespondenz (und auch Hinweis auf die durchgeführte Transformation).

Die Problemsequenzen, die in fester Reihenfolge durchlaufen werden, finden sich im Anhang in Form eines Aufgabenblattes, das auch zu Aufzeichnungen dient. Notiert wird Urteil des Kindes, Erklärung und durchgeführte Zusatzinstruktion. Die Transformation wird in beliebiger Reihenfolge durchgeführt, wobei man darauf sieht, daß die schwierigere Transformation (z.B. Zusammenschieben und einen Stein wegnehmen) nach den Transformationen vorgeführt wird, in denen nur ein Aspekt der Aufgabe verändert wird. Beim Abzählen wird besonders darauf geachtet, daß das Kind korrekt abzählt. Das bedeutet, daß der Versuchsleiter das Kind u.U. beim Abzählen durch Zeigen der einzelnen Objekte begleitet. Bei der Kontrolle

der Lösung durch Korrespondenz hilft der Versuchsleiter, die Stäbe, die nach der Transformation natürlich nicht mehr auf die ursprünglichen Objekte zeigen, wieder als Verbindungen zwischen den einzelnen Gegenständen zu zeigen und dem Kind so die Korrespondenzbeziehung nahezubringen. Das Charakteristikum dieses Trainings ist es, daß dem Kind keine sprachliche Regel benannt wird, noch eine unmittelbare Rückmeldung über das richtige oder falsche Urteil erfolgt. Diese Methode ist also nicht "forciert" (Beilin), und entspricht der Idee selbstentdeckenden Lernens als einer Simulation natürlicher Entwicklungsprozesse.

Ordinationstraining

Ziel des Ordinationstrainings ist es, dem Kind systematisches Wissen über das Vergleichen verschieden großer Gegenstände und das Herstellen von Ordnungsbeziehungen zwischen verschiedenen großen Bildern (Seriation) zu geben. Das Training arbeitet mit Bildern, die den Seriationsvorgang auf der Wahrnehmungsebene unterstützen (vgl. Koslowski, 1980). Bei einem operativen Verständnis der Seriation kann das Kind die Elemente in einer Reihe von Gegenständen systematisch nach den asymmetrischen und transitiven Beziehungen innerhalb der vorgegebenen Dimension ordnen (aufsteigend und absteigend). Das Aufgabenmaterial besteht aus 18 Seriationsaufgaben. Zusätzlich ist jede zweite Aufgabe mit ergänzenden Bildern ausgestattet, die dem Kind erlauben, eine ordinale Korrespondenz herzustellen (d.h. zwei Reihen einander zuzuordnen, z.B. verschieden große Puppen mit verschieden großen Regenschirmen).

Das Training enthält folgende Übungsteile:

- das Kind reiht die Bilder auf und stellt wenn möglich die ordinale Korrespondenz her;

- bei drei ausgewählten Bildern läßt der Versuchsleiter benennen, welches das kleinere, das größere und das mittlere sei (vgl. Sinclair -de Zwart);
- das Kind darf in einigen Aufgaben zwei zusätzliche Bilder in die bereits aufgereihten Bilder einfügen;
- das Kind zählt die Bilder ab, die größer bzw. kleiner sind, als ein vom Versuchsleiter gekennzeichnetes (das größte, das kleinste und ein mittleres wird von ihm gezeigt).

Für die erfolgreiche Durchführung der Seriation gibt der Versuchsleiter eine Reihe von Hilfen. Findet das Kind keine systematische Anordnung, so baut der Versuchsleiter mit dem Kind gemeinsam die Reihe auf, indem er sich jeweils das nächstgrößere (bzw. nächstkleinere) Bild geben läßt. Das Kind baut so auf der Grundlage paarweiser Vergleiche eine Seriation auf. Auf Bildern, die vom Kind falsch gelegt wurden, weist der Versuchsleiter hin, um eine eigene Korrektur des Kindes anzuregen. Ähnliche Hilfen werden bei der ordinalen Korrespondenz gegeben. Das Sprachtraining baut auf spezifischen Fragen und Wendungen, die der Versuchsleiter verwenden muß (siehe Testbogen) auf, u.U. benennt er selbst das richtige Element. Beim Abzählen unterstützt man das Kind sowohl beim Zählvorgang (systematisches Zeigen jedes Bildes) als auch beim Erstellen der Komparative (welche sind kleiner?).

Instruktionstexte für die Vortestaufgaben:

Zahlinvarianz:

- + nach dem Herstellen der Eins-Zu-Eins-Korrespondenz:
Sind es jetzt gleichviele rote und blaue Knöpfe
oder hat eine der beiden Reihen mehr Knöpfe?
- + nach jeder der vier Transformationen:
Sind es noch gleichviele rote und blaue Räder?
Hat eine Reihe mehr Räder?
Hat eine Reihe weniger Räder?
(in beliebiger Reihenfolge)
Wie weißt du das?

Ordinationsaufgabe:

- + Teilvergleiche (Länge/Gewicht der Kugeln)
Welcher der Stäbe ist länger?
Welche der Kugeln ist schwerer?
- + Transitivitätsurteil:
Sind die beiden roten Stäbe gleichlang oder
ist eine der beiden länger?
Sind die beiden roten Kugeln gleichschwer oder
ist eine von beiden schwerer?
Wie weißt du das?

Kardinationsaufgabe:

Sind auf der Karte mehr blaue oder mehr gelbe Steine
oder sind es gleichviele?
(die Reihenfolge der Fragenkomponenten wird variiert)
Du sollst es herausfinden, ohne zu zählen!

Traditionelle Seriationsaufgabe:

Du kannst die Stäbe so zusammenlegen, daß es eine Treppe gibt. (Vorführen)

Jetzt mische ich die Stäbe durch und du sollst wieder eine Treppe legen, wie ich es gezeigt habe!

Beim Einfügen: Wie hast du das gefunden?

Weshalb gehört der Stab hierher?

Identitätserhaltung:

+ nach der Transformation:

Sind es noch gleichviele Bilder wie vorhin, oder sind es jetzt mehr Bilder oder waren es vorhin mehr Bilder?

Wie weißt du das?

(die Reihenfolge der Fragenelemente in der ersten Frage wird systematisch variiert)

Substanzerhaltung:

+ vor der Transformation:

Haben die beiden Kugeln gleichviel Knet?

(notfalls so verändern, bis das Kind von der Gleichheit überzeugt ist)

+ nach der Transformation:

Haben der Pfannkuchen und die Kugel (die Wurst und die Kugel, etc.) noch gleichviel Knet?

Hat eines von den beiden mehr Knet?

Hat eines von den beiden weniger Knet?

(die Fragen werden in ihrer Reihenfolge variiert)

Wie weißt du das?

Warum?

Übersichtsschema : Vortestaufgaben

Zahlinvarianzaufgabe

Vier Teilaufgaben mit vier Transformationen:

Zusammenschieben, Auseinanderziehen, Zusammenschieben zu einem Kreis, Auseinanderschieben und Wegnehmen eines Elementes

Kodierung: Für jedes gleichviele-Urteil nach der Transformation wird ein Punkt vergeben. Die Erklärungen des Kindes werden nach einem System aus sieben Kategorien eingeordnet (Hinweise auf: Kompensation; Transformation; Korrespondenz-Addition-Subtraktion; Reversibilität-Reziprozität; allgemeine Begründung; präoperationale Antwort (meist Wahrnehmungsurteil); numerische Strategie (Zählen)).

Stadien werden nach Brainerds Systematik gebildet (wobei nur die Urteile miteinbezogen werden : Stadium 1: 0-5 richtige Urteile, Stadium 2: 6-10 richtige Urteile, Stadium 3: 11 und 12 richtige Urteile), sowie nach dem Schema Piagets aus Urteilen und Erklärungen des Kindes. Die Einteilung richtiger Urteile folgt der Kodierung, die eben ausgeführt wurde. Zusätzlich wird bei Stadium 2 ein Alternieren zwischen operationalen und präoperationalen Kriterien erwartet, und Stadium 3 wird nur kodiert, wenn eine operationale Erklärung des Kindes vorliegt (d.h. mindestens eine der Erklärungen des Kindes ist einer der ersten vier Kategorien zuordenbar).

Ordinationsaufgabe (Länge-Gewicht)

Vier Teilaufgaben (zwei Aufgaben zur Längenordination und zwei Aufgaben zur Gewichtsordination)

Kodiert werden zuerst die Teilvergleiche des Kindes (z.B. A mit B, B mit C), sowie das Transitivitätsurteil des Kindes (seine Antwort auf die Frage, welche Größe bzw. Gewichtsbeziehung zwischen A und C besteht aufgrund der Teilvergleiche). Bei den Erklärungen des Kindes werden insgesamt fünf Kategorien berücksichtigt: allgemeine Antworten; Hinweis auf Größenbeziehungen der Kugel; Beschreibung der transitiven Beziehung über Vergleichsstrategien; unpräzise Beschreibung der Längen/Größenunterschiede; Hinweis auf absolute Größe/Gewicht. Die Summe der richtigen Urteile wird aus den transitiven Vergleichen bei allen vier Teilaufgaben gebildet (Längen- und Gewichtsordination) (maximal acht Punkte werden

(Ordinationsaufgabe-Fortsetzung)

vergeben). Die Stadien nach Brainerds System richten sich wieder nur nach den Urteilen (Stadium 1: 0-3 richtige Urteile, Stadium 2: 4-6 richtige Urteile, Stadium 3: 7-8 richtige Urteile). In den Stadien nach Piaget werden zusätzlich die Erklärungen mitkodiert. Entscheidend ist dabei die Kategorie 3 : Beschreibung der transitiven Vergleichsstrategie. Das Stadium 3 wird nur vergeben, wenn das Kind mindestens einmal dieser Erklärungskategorie zugeordnet wurde und 7-8 richtige Urteile abgegeben hat. Bei einer geringeren Zahl richtiger Urteile, auch bei korrekter Beschreibung der transitiven Beziehung, wird das Kind Stadium 2 zugeordnet.

Kardinationsaufgabe (nach Brainerd)

Zwei Teilaufgaben : kardinale Vergleiche ohne Stäbchen mit 6 Aufgabenkarten und kardinale Vergleiche mit Stäbchen, die die Korrespondenz andeuten, ebenfalls mit 6 Aufgabenkarten.

Die Anzahl richtiger Urteile (trotz irreführender Länge und/oder Dichtereize) wird für die beiden Teilaufgaben kodiert. Die Definition qualitativer Stadien folgt Brainerd, jeweils getrennt für die beiden Teilaufgaben (Stadium 1: 0-2 korrekte Urteile, Stadium 2: 3-5 korrekte Urteile, Stadium 3: 6 richtige Urteile). Eine Zusammenfassung der beiden Teilaufgaben zu einem Gesamtwert ist nur begrenzt sinnvoll, da die wirksamen Reizfaktoren bzw. Lösungsmechanismen in den beiden Aufgabenformen weitgehend ungeklärt sind.

Traditionelle Seriationsaufgabe

Eine Seriationsaufgabe mit zehn aufzureihenden Stäben und weiteren fünf Stäben, die das Kind zusätzlich zwischen die bereits aufgereihten einfügen soll (Kriterium: wenn in der ersten Teilaufgabe mindestens sieben Stäbe richtig aufgereiht wurden).

Die Zahl der korrekt aufgereihten Stäbe und die Zahl der richtig eingefügten wird kodiert. Quantitative Stadien werden aufgrund der Zahl richtig gelegter Stäbe bestimmt (Stadium 1: maximal 4 Stäbe aufgereiht; Stadium 2: acht Stäbe

(Traditionelle Seriationsaufgabe-Fortsetzung)

aufgereiht und maximal drei richtig eingefügt; Stadium 3: 9-10 Stäbe aufgereiht und 4 oder 5 richtig eingefügt). Die Stadien nach Piaget beziehen zusätzlich zu den eben genannten Lösungshäufigkeiten die Erklärung des Kindes für seine Lösungsmethode mit ein. Dazu wird in Stadium 3 verlangt, daß das Kind die Vergleiche mit den benachbarten Stäben beschreibt; bei der Festlegung von Stadium 2 wird diese Erklärung bedingt erwartet.

Identitätserhaltung

Zwei Teilaufgaben aus jeweils fünf bzw. sieben Bildern bestehend; mit jeder Teilaufgabe werden drei Transformationen durchgeführt; Auseinanderschieben zur 1,5-fachen Länge; Auseinanderschieben mit 2-facher Länge; Zusammenschieben etwa zur 0,7-fachen Länge.

Das Erklärungsschema ist mit den Kategorien, die bei der Zahlinvarianz verwendet wurden, identisch (s.o.). Ein Kind kann maximal sechs richtige Urteile geben. Die Stadien im Sinne von Brainerd beziehen sich auf die Anteile richtiger Urteile (Stadium 1: 0-2 richtige Urteile; Stadium 2: 3-5 richtige Urteile; Stadium 3: 6 richtige Urteile)! Die Stadienkriterien nach Piaget schließen wieder die Erklärung des Kindes mit ein (für gleiche Urteilswerte wie oben wird zusätzlich erwartet, bei Stadium 2 ein Schwanken zwischen präoperationalen und operationalen Erklärungen und bei Stadium 3 eine - mindestens einmal - eindeutige operationale Erklärung).

Substanzerhaltung

Die Substanzerhaltungsaufgabe setzt sich aus drei Transformationen zusammen, die mit einer von zwei zuvor miteinander gleichgroßen Knetkugeln vorgenommen werden.

In der ersten Transformation wird eine der Kugeln zum Pfannkuchen verformt, in der zweiten zur Wurst, in der dritten Transformation wird eine der Kugeln in drei etwa gleichgroße Teile zerlegt. Für jedes Gleichviel-Urteil bekommt das Kind einen Punkt, so daß für die Teilaufgabe drei, für die Gesamt-

(Substanzerhaltung-Fortsetzung)

aufgabe neun Punkte vergeben werden. Das Erklärungsschema folgt den Kategorien, die schon bei der Zahlinvarianz aufgeführt wurden, mit der einzigen Einschränkung, daß die letzte Kategorie (numerische Vergleiche) bei der Substanzerhaltung keine Bedeutung hat.

Die Stadiendefinition folgt wieder einerseits rein quantitativen Kriterien (Stadium 1: 0-3 richtige Urteile, Stadium 2: 4-8 richtige Urteile, Stadium 3: 9 richtige Urteile). Bei den Kategorien nach Piaget wird wiederum die Erklärung berücksichtigt, so daß für Stadium 2 zusätzlich zu der genannten Zahl richtiger Urteile ein Schwanken zwischen präoperationalen und operationalen Erklärungen erwartet wird, und für Stadium 3 mindestens eine Antwort im Sinne der konkreten Operationen (Erklärungskategorien 1-4).

Zuverlässigkeit der Kodierung:

Die Kodierung der Vor- und Nachtestaufgaben wurden von zwei unabhängig arbeitenden Studentinnen vorgenommen, die zuvor anhand des Auswertungsmanuals trainiert wurden und an Protokollen von Kindern, die nicht in der Untersuchung teilnahmen, die Auswertung einübten. Die Übereinstimmung der quantitativen Kriterien (z.B. Zahl der richtigen Urteile) ist dabei sehr hoch (bei 10 ausgewählten Variablen wurden stets Korrelationen über .95 festgestellt). Für die Stadiendefinitionen und die Erklärungskategorien des Kindes fanden sich ebenfalls sehr zufriedenstellende Übereinstimmungswerte, die stets über 90 % identischer Kodierungen lagen. Zur Vervollständigung der Kodierung wurden alle Protokolle von einem dritten Auswerter nachgearbeitet, und die Stellen, wo keine Übereinstimmung erzielt wurde, diskutiert. Durch die Festlegung ausführlicher Kategorisierungsbeispiele (etwa für die Erklärungen des Kindes) und die präzise Definition der Stadienkriterien läßt sich eine hohe Übereinstimmung bei den verwendeten Aufgaben realisieren.

4. Darstellung der Ergebnisse

4.1. Analyse der Trainingsunterschiede mit varianzanalytischen Methoden

Eine Analyse der Gruppenunterschiede im Vortest hinsichtlich der Zahlinvarianzaufgabe mittels einer Varianzanalyse (allgemeines lineares Modell) zeigt weder signifikante Unterschiede für Training noch für Geschlecht. Die Prüfung der Mittelwertsunterschiede mit Duncans Multiple-Range-Test ergibt keine bedeutsamen Mittelwertsunterschiede in der Zahlinvarianz, weder für die Behandlungsgruppen noch für das Geschlecht ($p > 0,05$). Die gleiche Analyse für die Serialisationsaufgabe (Stadiendefinition nach Piaget) zeigt ebenfalls keine signifikanten Ergebnisse in der Varianzanalyse (Behandlung bzw. Geschlecht). Die Untersuchung der Mittelwerte zeigt aber, daß die Kardinationsgruppe und die Kontrollgruppe leicht höhere Werte haben, als die beiden anderen Gruppen. Die Bedeutung dieser nicht völlig gelungenen Parallelisierung soll im Ergebnisteil berücksichtigt werden.

Um Testleitereffekte zu untersuchen, wurde eine 4 (Gruppen) x 6 (TL) - Varianzanalyse für die Nachtestwerte der Zahlinvarianz (Piaget-Studien) berechnet. Für diese Analyse ergeben sich keine signifikanten Einflüsse der Testleiter; die Prüfung der Mittelwertsunterschiede zeigt, daß sich ein Testleiter bedeutsam von den anderen abhebt ($p < 0,05$). Da die Parallelisierung der Gruppen, die der einzelne Testleiter trainierte, nicht erfolgreich war und aufgrund der unklaren Bedeutung der Auswahlkriterien auch nicht sinnvoll schien, wird auf weitere Analysen der Testleiterunterschiede verzichtet. Beobachtbare Unterschiede lassen sich genauso gut auf Voraussetzungsunterschiede zwischen den Kindern zurückführen (der einzelne Testleiter trainierte jeweils 6-8 Kinder mit einem der Trainings in Einzelsitzungen).

Die kritischen Indikatoren der verwendeten Aufgabenformen (Stadiendefinitionen, Zahl der richtigen Urteile, Zahl der richtig gelegten Stäbe etc., siehe Aufgabendefinitionen)

wurden getrennten 4 (Gruppen: Kardination, Ordination, Invarianz, Kontroll) x 2 (Vor- und Nachtest) faktoriellen Varianzanalysen mit wiederholter Messung (repeated measures) unterzogen. Anschließend wurden soweit sinnvoll post hoc-Analysen gerechnet, unter Verwendung von Duncans Multiple-Range-Test (kritisches $p=0,05$). Die Ergebnisse jeder abhängigen Variablen werden getrennt aufgeführt. Zahlinvarianz (Zahl der richtigen Urteile des Kindes: 0-12) : Die Varianzanalyse ergibt einen signifikanten Trainingseffekt ($F(3,81)=8,21, p<0,0005$), zugleich findet sich ein bedeutsamer Effekt für die Phasen ($F=15,57, df=1, p<0,0005$) und auch für die Wechselwirkung Phasen x Training ($F=4,83, df=3, p<0,005$). Post hoc Analysen der Mittelwertunterschiede zeigen im Vortest keine bedeutsamen Mittelwertunterschiede (Duncan, $p>0,05$), während sich im Nachtest die Invarianzgruppe von allen anderen Gruppen abhebt und die Kardinationsgruppe wesentlich bessere Leistungen als die verbleibenden beiden Gruppen aufweist. Um die Mittelwertsunterschiede zwischen den Gruppen zu verdeutlichen, enthält die folgende Tabelle die Mittelwerte von Vor- und Nachtest.

Tabelle 1: Variable NUINV11 (Zahl der Gruppenmittelwerte richtiger Urteile des Kindes (0-12 Punkte))

	Kardination	Ordination	Invarianz	Kontrollgruppe
Vortest	2,05	1,33	3,27	2,12
Nachtest	4,29	1,38	7,18	2,52

Zu dieser Variablen vergleiche man auch die Kovarianzanalyse, die später dargestellt wird (Vortestergebnis als Kovariate) (s.u.).

Zahlinvarianz (Stadiendefinitionen): Für die Stadiendefinition nach Piaget findet sich sowohl ein bedeutsamer Effekt für die Trainingsgruppen ($F(3,81)=5,13$, $p < 0,005$) als auch ein statistisch signifikantes Ergebnis für die Phasen ($F=18,70$, $df=1$, $p < 0,0001$) und die Phasen x Trainingsgruppeninteraktion ($F=7,06$, $df=3$, $p < 0,00005$). Die Mittelwertsvergleiche zeigen, daß im Vortest keine bedeutsamen Unterschiede zwischen den vier Gruppen bestehen, während im Nachtest die Leistung der Kinder in der Invarianzgruppe sich bedeutsam von jener der anderen Gruppen abhebt. Zwischen Kardination und den restlichen Gruppen zeigt sich ebenfalls ein Mittelwertsunterschied ($p < 0,05$). Da diese Variable bei der Parallelisierung der vier Gruppen verwendet wurde, werden die Mittelwerte ebenfalls übersichtlich aufgeführt.

Tabelle 2: Variable NUINV12 (Stadiendefinition nach Piaget (1-3)) Gruppenmittelwerte

	Kardination	Ordination	Invarianz	Kontrollgruppe
Vortest	1,12	1,05	1,13	1,16
Nachtest	1,47	1,09	2,00	1,18

Die Stadiendefinition nach Brainerd, in der nur die Zahl der richtigen Urteile in die qualitative Abstufung der Stadien einfließt, zeigt vergleichbare Ergebnisse. Signifikante Effekte für Trainingsgruppen ($F(3,81)=4,75$, $p < 0,005$), Phasen ($F=21,41$, $df=1$, $p < 0,0001$) und die Interaktion zwischen Phasen und Training ($F=7,49$, $df=3$, $p < 0,0005$) spiegelt sich in den Mittelwerten wider : zwischen den Vor-

testwerten sind keine bedeutsamen Ergebnisse beobachtbar, während im Nachtest die Invarianzgruppe signifikant besser ist als die Kardinationsgruppe, die sich wiederum von den beiden anderen Gruppen abhebt.

Was die Interpretation der Ergebnisse schwierig macht (und hier zeigt sich die Problematik, Stadienwerte wie Intervallskalen zu interpretieren) ist die Beobachtung, daß die Gruppen, die eine signifikante Verbesserung im Nachtest zeigen, zugleich eine erhebliche Erhöhung der Standardabweichung zeigen (nämlich für Invarianz- und Kardinationsgruppe). Abgesehen davon, daß dies die Gültigkeit der Ergebnisse der Varianzanalyse (im Rahmen des allgemeinen linearen Modelles) einschränkt, muß man sich bewußt machen, daß die dargestellten Gruppenunterschiede sich aus einer kleineren Gruppe von Kindern zusammensetzen, die eine Verbesserung ihrer relativen Stadienposition erreichen, und einer relativ großen Gruppe von Kindern, die keinerlei Veränderungen beobachten lassen. Die Untersuchung von Kontingenztabellen für diese Stadiendefinitionen wird später dargestellt. Einschränkend für die weitere Darstellung kann zudem festgehalten werden, daß diese Zunahme der Standardabweichung vom Vor- zum Nachtest nur für die Zahleninvarianzaufgabe in dieser Deutlichkeit beobachtet wurde. Für fast alle weiteren Vergleiche ergeben die F-Tests für die Gleichheit der Varianzen Werte um 1, was für die vorgegebenen Freiheitsgrade stets unter der 5 % Grenze bleibt.

Ordinationsaufgabe: Die Untersuchung der Stadienwerte für die Ordinationsaufgabe zeigt für die Stadienabstufung im Sinne Piagets keinen bedeutsamen Trainingseffekt ($F(3,81) = 1,48$, $p > 0,1$), einen leichten Phaseneffekt ($F=4,71$, $df=1$, $p < 0,05$) und keine Wechselwirkung zwischen Phase und Training ($F=1,07$, $df=3$, $p > 0,1$). Die Untersuchung der Mittelwerte zeigt, daß sich allein bei der Invarianzgruppe eine

Veränderung von Vor- zum Nachtest beobachten läßt. Die Analysen der Mittelwertsunterschiede innerhalb der beiden Phasen ergeben aber keine bedeutsamen Unterschiede ($p > 0,05$). Eine Auswirkung des Trainings auf die Ordinationsaufgabe wird jedenfalls nicht beobachtet.

Kardinationsaufgabe: Für diese Aufgabe werden die beiden Stadiendefinitionen für die Aufgabe mit und ohne Stäbchen beschrieben. Bei der Aufgabe ohne Stäbchen finden sich weder Trainingseffekte ($F(3,81)=0,87$, $p > 0,1$) noch Phasen ($F=1,33$, $df=1$, $p > 0,1$) oder Interaktionseffekte ($F=0,25$, $df=3$, $p > 0,1$). Die Untersuchung der Mittelwerte und Standardabweichung zeigt fast völlig identische Werte der vier Gruppen für Vor- und Nachtest. Deshalb liefert der Duncan-Test natürlich auch keine statistisch auffälligen Ergebnisse. Für die Aufgabe mit Stäbchen findet sich kein Behandlungseffekt ($F(3,81)=0,64$, $p > 0,1$), kein Phaseneffekt ($F=0,11$, $df=1$, $p > 0,1$) und nur eine leichte Phasen x Trainingswechselwirkung ($F=3,24$, $df=3$, $p < 0,05$). Die Duncan-Tests zeigen keine Mittelwertsunterschiede für den Vortest, und einen bedeutsamen Unterschied zwischen Kardination und Invarianz (die untereinander vergleichbar sind) und den beiden anderen Gruppen im Nachtest. Die Trainingswirkung ist allerdings begrenzt.

Traditionelle Seriationsaufgabe: Bei der Seriationsaufgabe werden die Zahl der richtig gelegten Stäbe, und die beiden Stadiendefinitionen als Variablen verwendet (vgl. Koslowski, 1980). Für die Zahl der gelegten Stäbe findet sich kein Behandlungseffekt ($F(3,81)=0,62$, $p > 0,1$), wohl aber ein bedeutsamer Effekt für die Phasen ($F=25,27$, $df=1$, $p < 0,00001$) und die Phasen-Behandlungs-Wechselwirkung ($F=4,58$, $df=3$, $p < 0,01$). Die Untersuchung der Mittelwerte ergibt weder für die Vortest- noch für die Nachtestwerte signifikante Unterschiede (und auch die Standardabweichungen dieser Variablen

sind relativ vergleichbar). Allerdings sind Verbesserungen der Leistungen der Kinder gerade in den beiden Gruppen zu beobachten, die die niedrigsten Ausgangswerte im Vortest haben. Deshalb wurde für diese Variable eine Kovarianzanalyse gerechnet, mit den Vortestwerten der Seriation als Kovariate (diese Ergebnisse werden später dargestellt).

Für die Stadiendefinition nach quantitativen Kriterien (nach der Zahl der richtig gelegten Stäbe und den zusätzlich eingefügten) ergibt die Varianzanalyse mit Meßwiederholung keine Behandlungseffekt ($F(3,81)=0,86$, $p > 0,1$), dafür einen Phaseneffekt ($F=23,76$, $df=1$, $p < 0,00001$) ohne eine zugehörige Wechselwirkung Phase x Trainingsgruppe ($F=1,65$, $df=3$, $p > 0,1$). Die Untersuchung der Mittelwerte zeigt, daß sich alle Gruppen zum Nachtest hin leicht verbessern (wiederum bei sehr ähnlichen Werten in der Standardabweichung), gleichzeitig sind aber weder Vortestmittelwerte noch Nachtestmittelwerte im Duncan-Test bedeutsam unterschiedlich.

Durchaus ähnliche Ergebnisse finden sich für die zweite Stadiendefinition, die zusätzlich die Erklärung des Kindes miteinbezieht. Neben einem signifikanten Phaseneffekt ($F=8,89$, $df=1$, $p < 0,005$), findet sich keine Wirkung der Trainingsgruppen ($F(3,81)=0,99$, $p > 0,1$), aber eine leichte Wechselwirkung zwischen Trainingsgruppe und Phase ($F=3,89$, $df=3$, $p < 0,05$). Die Mittelwerte zeigen, daß sich die Invarianzgruppe am deutlichsten verbessert, obwohl diese Gruppe den niedrigsten Vortestwert aufweist, und auch das Ordinations-training scheint sich in der Veränderung des entsprechenden Gruppenmittelwerts auszuwirken. Die Duncan-Vergleiche ergeben jedoch keine bedeutsamen Mittelwertsunterschiede bei Vor- und Nachtest. Da diese Variable zur Parallelisierung der Trainingsgruppen diente, werden auch hier die Mittelwerte übersichtlich in einer Tabelle aufgeführt. Die Paral-

lelisierung der Gruppen ist hier nicht so vollständig gelungen wie bei der Zahlinvarianzaufgabe, da Kinder mit entsprechenden Stadienwerten (in Kombination zum Stadium in der Zahlinvarianz) nicht immer verfügbar waren.

Tabelle 3: Gruppenmittelwerte:

Variable Ser4 (Seriationsaufgabe)

Kodierung aus der Zahl der richtig gelegten
Stäbe und der Erklärung des Kindes

	Kardination	Ordination	Invarianz	Kontrollgruppe
Vortest	1,94	1,48	1,50	1,80
Nachtest	1,82	1,80	1,90	1,85

Identitätsinvarianz: Für die Identitätsinvarianz wurden die beiden Stadiendefinitionen nach quantitativen Kriterien und nach den Kriterien Piagets (unter zusätzlicher Berücksichtigung der Erklärung) einer Varianzanalyse mit Meßwiederholung unterzogen. Für das erstgenannte Stadienkriterium findet sich eine leichte Wirkung des Trainings ($F(3,81)=2,82$, $p < 0,05$), ein Phaseneffekt ($F=11,51$, $df=1$, $p < 0,005$) und eine Wechselwirkung zwischen beiden ($F=2,85$, $df=3$, $p < 0,05$). In den Mittelwerten, die im Vortest keine bedeutsamen Unterschiede zeigen, spiegeln sich diese Ergebnisse darin wider, daß für die Kardinationsgruppe und die Invarianzgruppe leichte Wirkungen des Trainings zu verzeichnen sind (beide Mittelwerte heben sich im Duncan Multiple-Range-Test signifikant von den restlichen ab).

Schließlich ist für die Stadiendefinition nach Piaget kein Trainingseffekt zu beobachten ($F(3,81)=2,28$, $p > 0,05$), da-

für ein Testzeiteffekt ($F=9,66$, $df=1$, $p<0,005$), hingegen keine Wechselwirkung von Phase und Training ($F=1,53$, $df=3$, $p>0,1$). Die Mittelwerte zeigen wieder leichte Verbesserungen in der Kardinations- und der Invarianzgruppe an. Bei gleichen Ausgangswerten im Vortest (keine Mittelwertsunterschiede im Duncan-Test), heben sich die beiden Gruppen (Kardination, Invarianz) im Nachtest deutlicher von den beiden anderen ab. Dabei ist der höchste Mittelwert für die Identitätsinvarianz im Invarianztraining zu beobachten, was erwartungsgemäß ist, da diese Aufgabenform selbst im Invarianztraining verwendet wurde.

Die nachfolgende Tabelle stellt die beobachteten Trainingseffekte (im Vergleich zu den erwarteten bzw. vorhergesagten) übersichtlich dar. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse wird im Anschluß an weitere Analysen der Trainingsergebnisse versucht (Tabelle 4).

Verwendet man bei der Zahlinvarianzaufgabe die Zahl der korrekten Urteile des Kindes im Vortest (eine Variable auf der die Gruppen nicht parallelisiert wurden) als Kovariate zum Nachtestwert der Zahl der richtigen Urteile, so findet man in einer Kovarianzanalyse sowohl einen bedeutsamen Beitrag der Trainingsformen (Type IV SS, $F=5,33$, $p<0,005$) als auch der Kovariate ($F=15,40$, $p<0,0005$). Die Zahl der richtigen Urteile des Kindes im Vortest trägt also zum Nachtestwert seinen Teil bei. Die Untersuchung der für die Kovariate angepaßten Mittelwerte zeigt, daß sich Kardinationstraining und Invarianztraining von den beiden anderen Gruppen abheben. Vergleicht man die angepaßten Mittelwerte im Nachtest (K.: 4,4, O.: 2,05, I.: 6,36, Ko.: 2,6 bei einem Variablenbereich von 0-12) systematisch miteinander, so unterscheiden sich Ordinationsgruppe und Invarianzgruppe und Invarianzgruppe und Kontrollgruppe bedeutsam voneinander (kritischer p-Wert ist $p<0,001$), sonst finden sich keine bedeutsamen Unterschiede.

Tabelle 4: Übersicht der Wirkungen der Trainingsstrategien
(aufgrund der Varianzanalysen mit Meßwiederholungen und des Duncan-Tests)

	(bedingt) erwartete Trainings- wirkung	tatsächliche Trainings- wirkung $p < 0,05$; Duncan
Kardination	Kardination mit Stäbchen	Zahlinvarianz (Zahl der richtigen Urteile)
	Kardination ohne Stäbchen	Zahlinvarianz (Stadiendefinitionen)
	Zahlinvarianz	Identitätsinvarianz (Def. der Stadien nach Piaget)
		Kardination mit Stäbchen
Ordination	Ordinationsaufgabe	Seriationsaufgabe (Piaget-Stadien)
	Zahlinvarianz	
Invarianz	Zahlinvarianz	Zahlinvarianz (Urteilhäufigkeiten)
	Identitätsinvarianz	Zahlinvarianz (Stadiendefinitionen)
	(Seriation)	Kardinationsaufgabe (mit Stäbchen)
		Identitätsinvarianz (Piaget-Stadien)
		Seriationsaufgabe (Piaget-Stadien)

Eine ähnliche Analyse wurde mit der Zahl der richtig gelegten Stäbe in der Seriationsaufgabe durchgeführt. Obwohl im Vergleich der Stadien kein Trainingseffekt nachgewiesen werden kann, und auch die Kovarianzanalyse (mit dem Vortestergebnis richtig gelegter Stäbe als Kovariate) keine bedeutsamen Trainingseffekte zeigt (Type IV SS, $F=2,41$, $p > 0,05$), trägt das Ausgangswissen des Kindes offensichtlich zu seinem Fortschritt bei der Seriationsaufgabe bei ($F=72,15$, $p < 0,0001$). Die Untersuchung der angepassten Mittelwerte (abgestimmt auf die Kovariate) zeigt, daß sich die Gruppe des Ordinationstrainings von den anderen abhebt, so daß ein bedeutsamer Mittelwertsunterschied zwischen der Kardination und der Ordinationsgruppe und zwischen der Ordinationsgruppe und der Kontrollgruppe gefunden wird (kritischer p-Wert $p=0,05$) (angepasste Mittelwerte: K.: 6,89, O.: 8,67, I.: 7,83, Ko.: 7,22).

Die theoretischen Bezüge der beiden aufgeführten Variablen (Zahl der richtigen Invarianzurteile, Zahl der richtig gelegten Stäbe) sind relativ problematisch, so daß eine eindeutige Interpretation der ausgeführten Ergebnisse nicht zulässig scheint. Allgemein kann man zumindest festhalten, daß bei einfachen Indikatoren des Urteils des Kindes eine systematische Wechselbeziehung zwischen Training und spezifischem Ausgangswissen besteht.

Eine Kovarianzanalyse der Behandlungseffekte bei der Seriationsaufgabe kodiert nach den Stadien Piagets, in der die Vortestergebnisse des Kindes als Kovariate verwendet werden, zeigt keine bedeutsamen Trainingseffekte mehr ($F=0,57$, $df=3$, $p > 0,1$, Type IV SS), dagegen einen sehr bedeutsamen Einfluß der Vortestaufgabe ($F=36,9$, $df=1$, $p < 0,0001$). Die Nachtestunterschiede sind also stärker von den Vortestergebnissen beeinflusst als von den jeweiligen Trainings. Die Vergleiche der angepassten Mittelwerte (K.: 1,68, O.: 1,91, I.: 2,00,

K.: 1,81) zeigt bedeutsame Mittelwertsunterschiede nur zwischen der ersten und dritten Gruppe (d.h. der Kardination und der Ordination), die wohl in erster Linie durch die Trainingswirkung der Ordination zustande kommen (die Ordinationsgruppe wies bekanntlich die niedrigsten Ausgangswerte auf) ($p < 0,05$).

4.2. Untersuchung der Veränderungswerte in einzelnen Trainings

Da die Vergleichbarkeit der drei Trainingsformen nicht eindeutig begründbar ist, werden auch die Differenzwerte für alle beteiligten Variablen für jedes einzelne Training untersucht und diskutiert.

Eine Analyse der paarweisen Vergleiche von Vor- und Nachtestwerten (Hypothese H_0 : Populationsmittelwert gleich 0) ergibt für das Kardinationstraining für die Kardinationsaufgabe nach Brainerd nur ein bedeutsames Ergebnis beim Vergleich der Mengen mittels Stäben (d.h. der Anwendung der Eins-Zu-Eins-Korrespondenz) ($t=3,23$, $df=16$, $p < 0,01$). Dieser Unterschied ist bei der Stadiendefinition nach Brainerd nicht mehr sichtbar (Stadien mit Stäbchen, $t=1,77$, $p > 0,05$). Für die Bearbeitung der Kardinationsaufgabe ohne Stäbchen finden sich keine Unterschiede zwischen Vor- und Nachtest, weder bei der Analyse der Einzelurteile ($p > 0,05$) noch bei der Definition der Stadien nach Brainerd ($p > 0,1$). Man kann daraus ersehen, daß das Kardinationstraining bei der untersuchten Gruppe nur eine Wirkung auf die Anwendung der Eins-Zu-Eins-Korrespondenz gehabt hat, während es für

die Kardinatation ohne Stäbchen keine Auswirkung zeigt. Dieses Ergebnis ist natürlich von einiger Bedeutung für die Fähigkeit des Kindes, solche quantitativen Strategien auf die Zahlinvarianzaufgabe zu übertragen.

Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, daß in den anderen Trainingsgruppen keine bedeutsamen Einflüsse auf die Kardinationsaufgabe beobachtbar sind (kritischer p-Wert = 0,05).

Da die kardinale Theorie Auswirkungen des Kardinationstrainings auf die Zahlinvarianz vorhersagt, sind die Veränderungen dieser Aufgabe auch erwähnenswert. Allerdings finden sich bedeutsame Unterschiede nur bei der Anzahl richtiger Urteile des Kindes (von 12 möglichen richtigen) zwischen Vor- und Nachtest ($t=2,29$, $df=16$, $p < 0,05$); weder für die Stadiendefinition der Zahlinvarianz nach Brainerd, noch nach der Definition nach Piaget, sind die Unterschiede bedeutsam ($t=1,69$, $df=16$, $p > 0,1$ und $t=1,95$, $df=16$, $p > 0,05$). Vergleichbare Ergebnisse finden sich bei der Identitätsinvarianz, in der die Stadiendefinition, die quantitativen Kriterien folgt, leichte Veränderungen zugunsten der Nachtestwerte zeigt ($t=2,42$, $df=16$, $p < 0,05$), während die strengere Stadiendefinition nach Piaget diesen Einfluß nicht mehr widerspiegelt ($t=2,07$, $df=16$, $p > 0,05$).

Diese isolierte Analyse des Kardinatstrainings zeigt einen gewissen Effekt des Trainings auf die systematische Anwendung der Eins-Zu-Eins-Korrespondenz bei den untersuchten Kindern, sowie Einflüsse dieses Trainings auf die Zahl richtiger Urteile des Kindes bei Zahlinvarianz und Identitätsinvarianz. Die Frage, ob sich auch operative Vorgänge beim Kind verändert haben, bleibt dabei offen.

Die Prüfung der Differenzen zwischen Vor- und Nachtest im Invarianztraining zeigt bei den Aufgaben zur Kardination, wie schon erwähnt, keinerlei Wirkung, was insofern überraschend ist als aus der Literatur ein korrelativer Zusammenhang zwischen kardinalen Strategien des Kindes und der Zahlinvarianz bekannt ist. Eine Wirkung auf die Zahlinvarianzaufgabe selbst ist wie erwartet zu beobachten. Für die Zahl der richtigen Urteile ($t=3,58$, $df=21$, $p < 0,005$) wie auch für die Stadien nach Brainerd ($t=4,31$, $df=21$, $p < 0,0005$) und für die Piaget-Stadien ($t=4,56$, $df=21$, $p < 0,0005$) sind die Nachtestwerte wesentlich besser. Eine begrenzte Auswirkung zeigt sich auch bei der Identitätsinvarianz (für beide Stadiendefinitionen $t=2,16$ bzw. $t=1,94$ und $p < 0,05$).

Interessanter für die theoretische Formulierung der ordinalen Theorie ist die Tatsache, daß die Kinder im Invarianztraining sich bei der Seriationsaufgabe wesentlich verbessern (für die Zahl der richtig gelegten Stäbe : $t=3,27$, $df=21$, $p < 0,005$, für die quantitativen Stadien : $t=3,58$, $df=21$, $p < 0,005$, für die Piaget-Stadien : $t=3,81$, $df=21$, $p < 0,005$), so daß hier sozusagen eine parallele Entwicklung von Invarianz und Seriation beobachtet wird.

Für das Ordinationstraining zeigt die Untersuchung der Differenzwerte zwischen Vor- und Nachtest, daß die Trainingswirkung sich unmittelbar in der traditionellen Seriationsaufgabe Piagets widerspiegelt. Sowohl die Anzahl der Urteile des Kindes ($t=5,44$, $df=20$, $p < 0,0001$) als auch die quantitativen Stadienkriterien ($t=3,87$, $df=20$, $p < 0,001$) zeigen eine Veränderung zugunsten des Nachtests. Diese Wirkung findet sich selbst in den Stadiendefinitionen nach Piaget wieder ($t=3,16$, $df=20$, $p < 0,01$), wobei die qualitativen Verschiebungen der Stadien an anderer Stelle disku-

tiert werden. Die ordinale Theorie sagt auch eine Wirkung des Ordinationstrainings auf die Ordinationsaufgabe voraus, insofern sich im verbesserten Wissen um die Seriation auch ein verändertes Verständnis der Transitivität widerspiegeln müßte. Diese Hypothese wird aber von den Ergebnissen nicht bestätigt; für die beiden Stadiendefinitionen finden sich jeweils keine bedeutsamen Verschiebungen zwischen Vor- und Nachtestwerten ($p > 0,1$).

Hinsichtlich der vorhergesagten Transferwirkungen der Ordinationstrainings auf die Zahlinvarianz findet sich keine Veränderung im Sinne der Hypothese. Weder für die Stadiendefinition nach Brainerd noch für die Piagets beobachtet man Veränderungen in der Zahlinvarianzaufgabe innerhalb dieses Trainings ($t=1,0$, $df=20$, $p > 0,05$ bzw. $t=1,00$, $df=20$, $p > 0,05$). Identische Ergebnisse finden sich bei der Aufgabe zur Identitätsinvarianz. Schließlich wurde auch schon erwähnt, daß auch auf die Kardinationsaufgabe, wie erwartet, keine Transferwirkung beobachtet wurde.

Zusammengefaßt finden sich bei der Durchführung des Ordinationstrainings nur Wirkungen des Trainings bei der Seriationsaufgabe selbst. Da wider Erwarten eine Verbesserung bei der Ordinationsaufgabe nicht stattfindet, ist auch der mangelnde Transfer auf die Zahlinvarianz im Sinne der ordinalen Theorie nicht überraschend. Die Beobachtungen bei der Ordinationsaufgabe selbst weisen darauf hin, daß Kinder in der untersuchten Altersgruppe mit den Teilvergleichen keinerlei Schwierigkeiten haben, während sie das Zusammensetzen der Prämissen zum transitiven Urteil relativ schwierig finden. Insofern ist wohl das Seriationstraining für das Kind ohne unmittelbare Auswirkung auf die Ordinationsaufgabe, da das Kind das Prinzip der Transitivität im engeren Sinne bei dieser Aufgabe nicht üben kann.

4.3. Untersuchung qualitativer Veränderungen in den Stadien

Um ein detailliertes Bild der qualitativen Veränderungen bei den verschiedenen Aufgabenformen zu bekommen, wurden für alle Aufgaben Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest auf den Stadienangaben ausgewertet. Dadurch gelingt es, Fortschritte des Kindes bei der Zahlinvarianz im Zusammenhang zu qualitativen Veränderungen bei den anderen Aufgaben zu bringen.

Innerhalb des Kardinationstrainings fand sich nur ein geringfügiger Transfer von der Kardination auf die Zahlinvarianz, nur bei 4 Kindern wurden Fortschritte innerhalb der Stadien nach Piaget beschrieben. Daher sind auch wenig systematische Beziehungen zwischen den verschiedenartigen Indikatoren zu erwarten. Tatsächlich findet sich keine parallele Veränderung (d.h. ein Fortschreiten des Kindes in der Zahlinvarianz und in einer anderen Aufgabe um ein oder zwei Stadienniveaus) für die Ordinationsaufgabe, die Kardinationsaufgabe, die Seriationsaufgabe und die Identitätsinvarianz. Besonders auffällig ist, daß Kinder, die ihr Verständnis der Kardination wesentlich zu verbessern scheinen, keine Veränderung im qualitativen Wissensniveau der Zahlinvarianz zeigen. Dieser Zusammenhang wird durch die Gruppenmittelwerte bzw. die Korrelationen zwischen beiden Aufgaben eher verschleiert.

Die Tabelle 5 veranschaulicht die Beziehungen zwischen der Kardinationsaufgabe mit Stäbchen und der Zahlinvarianz. Damit wird nicht nur das methodische Prinzip vorgeführt, nachdem hier Vergleiche vorgenommen werden, sondern auch die Unabhängigkeit der Veränderungen in beiden Aufgaben gezeigt.

Tabelle 5:

Stadienveränderungen

Kardinationsaufgabe - Zahlinvarianz

im Kardinationstraining

Kardination (Brainerd)

Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest

Die schraffierte Fläche indiziert, daß keine gemeinsamen Fortschritte in beiden Aufgaben beobachtet wurden.

		-1	0	1	2
Zahlinvarianz- aufgabe (Piaget)	-1	0	1	0	0
Veränderung zwischen Vor- und Nachtest	0	1	6	4	1
	1	0	1	0	0
	2	0	3	0	0

(N=17)

Erwähnenswert ist schließlich, daß die Fortschritte im Kardinationstraining bei der Zahlinvarianz in gleichem Maße auf die Altersgruppe 5 und 6 verteilt sind.

Eine Analyse solcher gemeinsamer Veränderungen beim Ordinationstraining ist weniger interessant, weil nur ein Kind einen Fortschritt in der Zahlinvarianzaufgabe zeigt. Die

Seriationsaufgabe selbst, die Ziel dieses Trainings war, zeigt bei der Analyse der Stadien immer nur begrenzte Veränderungen, d.h. sowohl in der Stadiendefinition nach Piaget als auch in der Definition nach quantitativen Kriterien findet sich kein Kind, das um zwei Stadienpunkte vorankommt. Daß das Training dennoch im Gruppenmittelwert Auswirkungen zeigt, liegt daran, daß bei 40 % der Kinder in dieser Trainingsgruppe eine Verbesserung um ein Stadium in der Seriation beobachtet wird (für die quantitative Stadiendefinition).

Schließlich bietet das Invarianztraining eine Reihe von solchen Wechselbeziehungen. Im Hinblick auf die Seriation finden sich nur relative Gemeinsamkeiten : fünf von 11 Kindern, die in der Seriation (quantitative Stadien) um ein Stadium voranschreiten, zeigen auch eine gleichzeitige Verbesserung in der Zahlinvarianz. Die ausgewiesenen Trainingseffekte für Zahlinvarianz und Seriationsaufgabe für das Invarianztraining zeigen auf qualitativer Ebene also nur eine teilweise Gemeinsamkeit bei einzelnen Kindern. Bei der Identitätsinvarianz zeigt Tabelle 6 einige Kinder, die in dieser Aufgabe um eines und sogar um zwei Stadien im Nachtest zurückfallen. Gleichzeitig zeigt sich eine gewisse Gemeinsamkeit zwischen den beiden Invarianzaufgaben, die sich in parallelen Fortschritten widerspiegelt. Welche Wechselbeziehungen zwischen den Lösungsprinzipien besteht, ist dabei offen, denkt man zugleich daran, daß beide Aufgabenformen im Training selbst verwendet wurden.

Eine ähnliche Wechselbeziehung findet man für die Substanzinvarianz, die für dieses Training als zusätzliches Transferkriterium eingesetzt wurde. Die Ähnlichkeiten zwischen Äquivalenzinvarianz (in Form der Zahlinvarianz), der Identitätsinvarianz und der Substanzinvarianz bei den Fortschritten der einzelnen Kinder spricht dafür, daß hier ähnliche Lösungsprinzipien oder Regeln vom Kind verwendet werden (Tabelle 7).

Tabelle 6:

Beziehung der Veränderungswerte (Vor-
— Nachtest) bei Identitätsinvarianz
und Zahlinvarianz
(im Invarianztraining)

Identitätsinvarianz (nach Piaget)
Stadienveränderung Vor- — Nachtest

		-2	-1	0	1	2	
Zahlinvarianz nach Piaget	0	2	1	5	3		
	+1			2	1		
	+2				5	3	
Stadienver- änderungen vom Vor- zum Nachtest							(N=22)

Tabelle 7:

Beziehung der Veränderungswerte (Vor-
— Nachtest) bei Substanzinvarianz
und Zahlinvarianz
(Invarianztraining)

Substanzerhaltung (nach Piaget)
Stadienveränderung Vor- — Nachtest

		0	+1	+2	
Zahlinvarianz nach Piaget	0	11			
	+1	1	2		
	+2	3	2	3	
Stadienver- änderungen vom Vor- zum Nachtest					(N=22)

Da die Zahlinvarianzaufgabe selbst trainiert wurde, ist nicht schlüssig, in welche Richtung die funktionellen Beziehungen zwischen diesen Aufgaben gehen, obwohl die Ergebnisse der Zahlinvarianz eine leitende Rolle beim Erwerb des Prinzips der Invarianz zubilligen würden. Schließlich sind ältere Kinder bei der Zahlinvarianzaufgabe eher erfolgreich, obwohl dieser Trend nur begrenzt abgesichert ist (Rangkorrelation Alter - Differenzwerte bei der Zahlinvarianz $r = 0,355$).

In der Kontrollgruppe sind zwei Kinder beobachtet worden, die eine spontane Veränderung in der Zahlinvarianz aufweisen. Für diese beiden Kinder ergeben sich aber keine parallelen Veränderungen bei anderen Aufgaben.

4.4. Anmerkungen zur Stadien-Lernhypothese

Zur Überprüfung der Stadien-Lernhypothese Piagets wäre es von Interesse, den relativen Lernfortschritt der Kinder im ersten Stadium mit jenem der Kinder im Übergangsstadium zu vergleichen (vgl. Thomas, 1980). Allerdings kommt die kleine Zahl der Kinder in der vorliegenden Studie, die dem Übergangsstadium zuordenbar waren, der statistischen Bewertung dieser Hypothese nicht entgegen. Um dennoch ein überschaubares Bild der Bedeutung des Ausgangsstadiums zu geben, werden im folgenden Tabellen aufgeführt, die die relative Wirkung des Trainings noch einmal für die Zahlinvarianz vor Augen führt. Bei der Bewertung der Stadien-Lernhypothese lassen sich die Häufigkeiten in der Kontingenztafel vergleichen mit erwarteten Werten in verschiedenen Entwicklungsmodellen (vgl. zu drei solchen Modellen,

Thomas, 1980). Mit Hilfe der Vorhersageanalyse von Hildebrandt et al (siehe Froman und Hubert, 1980) läßt sich danach überprüfen, inwieweit die Häufigkeitsverteilung mit dem theoretischen Modell übereinstimmt. Drei Tabellen werden aufgeführt (die Ergebnisse aus dem Ordinationstraining bieten sich natürlich nicht hierfür an). Sowohl für das Invarianztraining als auch für das Kardinationstraining zeigen die ausgewiesenen Tabellen, daß die Häufigkeitstabelle das Stadien-Lernmodell nicht stützt (Tabellen 8 und 9). Die ∇_p -Werte sind stets sehr klein. Man sollte bei der Interpretation allerdings nicht vergessen, daß das Stadium 2 im Vortest sehr gering besetzt ist. Schließlich läßt sich auch ein umfassendes Bild gewinnen, indem man die Trainings zusammenfaßt und die Gesamtgruppe betrachtet. Auch in dieser Tabelle sieht man, daß die Stadien-Lernhypothese sich nicht bestätigt (vgl. wiederum den ∇_p -Wert). Besonders auffällig ist der Anteil von Kindern, die sich unmittelbar von Stadium 1 zu Stadium 3 im Nachtest verändern (immerhin 18 % der Kinder aus der Gesamtgruppe) (Tabelle 10).

Um die individuellen Veränderungen in der Zahlinvarianz besser bewerten zu können, werden im folgenden die noch fehlenden Tabellen zur Wechselbeziehung zwischen der Stadienposition von Kindern in der Zahlinvarianz vor und nach der Trainingssequenz vorgeführt.

Im Kardinationstraining finden sich nur vier Kinder, die ihre relative Besetzung des Stadiums 2 (des Übergangsstadiums) läßt eine Bewertung der relativen Wirksamkeit des Trainings bei Kindern im präoperationalen Stadium im Vergleich zu Kindern im Übergangsstadium nicht zu (Tabelle 11).

Zur Bewertung der Stadien-Lernhypothese:
(Zahlinvarianz nach Piaget) vor und nach
dem Training

Tabelle 8: Zahlinvarianz Piaget (Nachtest)

Kardinationstraining

Zahlinvarianz
Piaget
(Vortest)

	1	2	3	
1	11	1	3	p = 0,014 U = 0,238 p = 0,1 (N=17)
2	1	1	0	

Tabelle 9: Zahlinvarianz Piaget (Nachtest)

Ordinationstraining
Invarianztraining

Zahlinvarianz
Piaget
(Vortest)

	1	2	3	
1	10	1	8	p = 0,2 U = 0,455 p = 0,1 (N=22)
2	0	1	2	

Tabelle 10: Zahlinvarianz Piaget (Nachtest)

Gesamtgruppe
(3 Trainings-
gruppen)

Zahlinvarianz
Piaget
(Vortest)

	1	2	3	
1	41	2	11	p = 0,285 U = 0,279 p = 0,05 (N=60)
2	1	2	3	

Schraffierte Zellen sind Fehlerzellen
im Stadien-Lern-Modell (vgl. Thomas, 1980).

Tabelle 11: Zahlinvarianzanalyse nach Piaget
(Vor- und Nachtestwerte) aufgeschlüsselt
nach Trainingsgruppen

Ordinationstraining Zahlinvarianz Piaget (Nachtest)

		1	2	3	
Zahlinvarianz Piaget (Vortest)	1	20	0	0	
	2	0	0	1	(N=21)

Kontrollgruppe Zahlinvarianz Piaget (Nachtest)

		1	2	3	
Zahlinvarianz Piaget (Vortest)	1	20	0	1	
	2	2	1	1	(N=25)

Ähnlich wurde im Ordinationstraining nur ein einzelnes Kind beobachtet, das einen Stadienfortschritt zeigte (siehe Tabelle 11). Im Invarianztraining selbst ist das Bild wesentlich verändert, insgesamt 11 Kinder verbessern ihr Niveau auf den Stadien um einen Punkt, acht Kinder verändern sich um zwei Stadien (also von dem präoperationalen zum operationalen Stadium). Die geringe Besetzung des Übergangsniveaus läßt wiederum keine allgemeine Bewertung der relativen Wirksamkeit des Trainings bei Kindern im Übergangsstadium im Vergleich zu Kindern im präoperationalen Stadium zu. Allgemein könnte man zusammenfassen, daß das Ausgangsstadium keine feste Begrenzung für die Lernbereitschaft des Kindes darstellt, zugleich sind die Lernfortschritte bei den Kindern im Invarianztraining am deutlichsten, im Vergleich zu den beiden anderen Trainingsmethoden. Der Vollständigkeit halber wird in der Tabelle 11 auch die Kontrollgruppe aufgeführt, in der zwei Kinder spontane Fortschritte in der Zahlinvarianz auswiesen. Auf eine statistische Bewertung der Häufigkeitstabellen wird verzichtet, da die beiden kritischen Trainingsformen, die auf die Bewertung der Theorien der Zahlbegriffsentwicklung abzielten, keine bedeutsamen Veränderungen in der Zahlinvarianz zeigten.

Für alle verwendeten Aufgaben wurden auch die Erklärungen des Kindes aufgezeichnet. Obwohl die Analyse dieser Erklärungen im Einzelfall interessant ist, zeigen die Beobachtungen der Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest, daß die Erklärungen des Kindes eher unzuverlässige Indikatoren seiner kognitiven Leistung sind. Dies mag daran liegen, daß nur Kindergartenkinder teilnahmen. Die einzige Aufgabe, in der markantere Ergebnisse zu finden sind, ist die Zahlinvarianz. Einmal ist interessant, daß im Nachtest fast keine quantitativen Strategien (Kategorie 7), d.h.

Zählen u.ä. mehr, vorkommen, besonders gilt dies für die Invarianzgruppe und die Kardinationsgruppe. Zweitens, sind operationale Erklärungen der Kinder, die eine Verbesserung im Nachtest zeigen, im Grunde auf zwei Kategorien begrenzt : entweder das Kind gibt einen Hinweis auf die Addition (oder Nichtaddition) von Elementen oder es beschreibt die Transformation (z.B. 'du hast sie nur zusammengeschoben') und deren Konsequenz, d.h. es gibt eine Erklärung im Sinne des Identitätsprinzips (z.B. Field, 1977). Identitätserklärungen finden sich besonders häufig bei Kindern im Kardinationstraining, während Hinweise auf die Addition in dieser Trainingsgruppe auf die letzte Aufgabenform beschränkt bleiben, in der tatsächlich ein Element weggenommen wird (in diesem Fall weisen 53 % der Kinder auf die Subtraktion hin, gegenüber 27 % im Vortest). Bei der Invarianzgruppe sind Identitätserklärungen etwas seltener, dagegen finden sich in allen Aufgabendurchgängen Hinweise auf die Addition bzw. Subtraktion (im Vortest gaben 0 % / 0 % / 0 % / 27 % der Kinder bei den vier Teilaufgaben diese Erklärung, im Nachtest sind die Anteile 18 % / 36 % / 27 % / 68 %). Man könnte daraus folgern, daß auch für die Kinder, bei denen das Invarianztraining keine Wirkung gezeigt hat, die Kinder auf die verschiedenartigen Transformationen aufmerksam geworden sind, was sich in ihren Erklärungen ausdrückt. Hinweise auf die Reversibilität bzw. auf die Kompensation finden sich in der ganzen Untersuchungsgruppe nicht, weder im Vortest noch im Nachtest. Ein Ergebnis, das die mögliche Bedeutung der durchgeführten Transformation für das Kind unterstreicht.

Da die Frage der Entwicklungspriorität der Identitätsinvarianz gegenüber der Äquivalenzinvarianz großes Interesse in der Forschung gefunden hat (z.B. Litrownik et al, 1978 und Institutsbericht 24/III), sollen die Beziehungen zwischen

Identitätsinvarianz und Zahlinvarianz im Vortest kurz erörtert werden. Da Stadium 2 bei der Zahlinvarianz relativ selten identifiziert werden konnte, werden die Entwicklungsbeziehungen aber nicht statistisch abgesichert. Die folgende Tabelle zeigt z.B. die Wechselbeziehung der beiden Aufgaben jeweils nach den Stadienkriterien Piagets. Die Ergebnisse sprechen einerseits für eine relativ enge zeitliche Verbindung zwischen den beiden Aufgaben (identische Stadien: 75 % der Kinder) und gleichzeitig einen leichten zeitlichen Entwicklungsvorsprung der Identitätsinvarianz gegenüber der Zahlinvarianz bei einer kleineren Gruppe der Kinder (16 %). Die Wechselbeziehungen dieser Aufgaben bei Verwendung der Urteilskriterien ist vergleichbar. Inwieweit die Identitätsinvarianz konstitutiv für die Äquivalenzaufgabe ist, läßt sich von diesen Ergebnissen nicht ablesen.

Tabelle Wechselbeziehung: Äquivalenz- und Identitätsinvarianz im Vortest (N=85)

		Identitätsinvarianz (Stadien nach Piaget)		
		1	2	3
Zahl- invarianz (Piaget)	1	63	6	6
	2	4	4	2

(N=85)

Schraffierte Zellen: Fehlerzellen für die Hypothese, daß die Identitätsinvarianz und die Zahlinvarianz gleichzeitig erworben werden.

5. Zusammenfassende Diskussion und Interpretation

Trotz relativ intensiver Trainingsstrategien waren die Versuche, Ordination und Kardination zu vermitteln, nur begrenzt erfolgreich. Beim Kardinationstraining fand sich ein Einfluß auf die Fähigkeit des Kindes, die Eins-Zu-Eins-Korrespondenz anzuwenden. Daneben verbesserten sich einige Kinder in dieser Gruppe auch in der Zahlinvarianz- und der Identitätsinvarianzaufgabe, die als Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung verwendet wurden. Diese Wirkung ist allerdings begrenzt, analysiert man die Stadien im Sinne Piagets. Das Ordinationstraining zeigte nur einen Einfluß auf die Seriationsaufgabe, ohne daß die Kinder ihr Wissen auch auf die Ordinationsaufgabe - als Indikator des Verständnisses der Transitivität - übertragen konnten. Deshalb ist auch eine Wirkung auf die Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung nicht beobachtbar. Schließlich ist das Invarianztraining im Sinne seiner Zielsetzung mit den Aufgaben der Zahl- und Identitätsinvarianz relativ erfolgreich. Zu dieser Wirkung fügt sich eine Verbesserung der trainierten Kinder in der Seriationsaufgabe Piagets.

Hinsichtlich der Theorien der Zahlbegriffsentwicklung bieten diese Ergebnisse also keine überzeugenden Antworten an. Von Interesse wäre es besonders, die behaupteten funktionalen Beziehungen zwischen Kardination und Zahlbegriff bzw. Ordination und Zahlbegriff zu untersuchen. Die ersten beiden Trainings zeigen für eine Bewertung dieser funktionalen Wechselwirkung aber zu bescheidene Ergebnisse.

Fügt man alle Ergebnisse zu einem Gesamtbild zusammen, so sind die Trainingseffekte zwar vergleichbar mit ähnlichen Studien dieser Thematik, ein eindeutiges Bild im Hinblick auf die mögliche Validität der Theorien der Zahlbegriffsentwicklung ergibt sich aber daraus nicht. Speziell zeigten

zwar die Trainingsstrategien jeweils spezifische Effekte auf ihre Indikatoren, d.h. Ordination und Kardination zeigten sich als begrenzt beeinflussbar, doch fanden sich zugleich kaum Transferwirkungen auf die beiden möglichen Indikatoren der Zahlbegriffsentwicklung, die Zahlinvarianzaufgabe (als Repräsentant der Äquivalenzinvarianz) und die Identitätsinvarianz. Selbstverständlich muß dabei berücksichtigt werden, daß absichtlich in der vorliegenden Studie konservativere Kriterien für die Zahlbegriffsentwicklung, nämlich Indikatoren operativen Verständnisses des Kindes, Verwendung fanden, mit dem Ziel die sehr umfassenden Vorhersagen der kardinalen und der ordinalen Theorie bewerten zu können. Insofern sind weitreichendere Transferwirkungen bei Aufgabenformen denkbar, die weniger schwierig und umfassender sind wie das Invarianzprinzip, speziell auch Transferwirkungen auf Aufgaben, die zum jeweils trainierten Konzept eine gewisse Verwandtschaftsbeziehung haben (nämlich Aufgaben, in denen das Kind kardinale Strategien anwenden muß (für die kardinale Theorie) und Aufgaben, in denen das Kind systematische Ordnungsbeziehungen beachten muß (für die ordinale)). Dennoch ist für die umfassende erkenntnistheoretische Position dieser Theorien ein deutlicherer Nachweis funktioneller Beziehungen zwischen Konzeptbereichen wünschenswert.

Mehrere Interpretationsmöglichkeiten bieten sich an, um die geringen Trainingseffekte einerseits und die sehr begrenzte Transferwirkung auf Indikatoren der Zahl andererseits verständlich zu machen. Im Hinblick auf die Trainingswirksamkeit wurde eingangs schon bemerkt, daß eine irreführende Verbindung zwischen Trainingswirksamkeit (und damit Erfolg eines Trainings) und seiner theoretischen Interpretation geknüpft wird. Paradoxerweise können wirksame Trainingsstrategien einen Entwicklungsmechanismus vortäuschen, der für systematischere Zusammenhänge im komplexen Begriffsge-

füge eines Kindes und seiner Fähigkeit, Generalisierungen zwischen verschiedenartigen Begriffssystemen vorzunehmen, von untergeordneter Bedeutung ist. Daß die Trainingswirksamkeit derart überbetont wurde, liegt wohl an der Konzentration auf einzelne Aufgabenformen (etwa der Invarianz), ohne die umfassendere Einordnung einer Aufgabe in das Begriffssystem des Kindes zu erörtern.

Der erkenntnistheoretische Rahmen der genetischen Epistemologie begünstigt die Verwendung von Methoden selbstentdeckenden Lernens. Zugleich muß man dabei eingestehen, daß über die motivationalen Bedingungen selbstentdeckenden Lernens bei spezifischen inhaltlichen Bereichen (u.a. für Kinder im Vorschulalter) wenig bekannt ist. Bearbeitet man mit einem Kind im Vorschulalter eine Sequenz relativ ähnlicher Aufgaben, ist die Bedeutung solcher motivationaler Faktoren bald offensichtlich. Die Persistenz und Ausdauer ist natürlich selbst ein Motor der Entwicklung (vgl. White et al, 1978), zugleich muß man sich aber bewußt halten, daß für Kinder dieses Alters die Funktion einer Aufgabenform oder eines Spiels eine bedeutsame Rolle spielt. Das Zusammenspiel motivationaler und kognitiver Prozesse bei zielgerichtetem Verhalten des Kindes scheint besonders wichtig bei kognitiven Veränderungen, die über das bloße Erkennen eines Widerspruchs hinaus eine längere Phase der Abstraktion, Verallgemeinerung oder Ausweitung eigenen Wissens erfordern (zu dieser Thematik vgl. Eckblad, 1981).

Die ordinale und die kardinale Theorie handeln selbst von solchen Abstraktionsvorgängen, Ordnungsprinzipien bzw. Regeln quantitativer Art, die das Kind an einer spezifischen Aufgabenform identifizieren kann, werden im Sinne dieser Theorien zunehmend verallgemeinert und auf andere begriffliche Leistungen des Kindes ausgeweitet. Ohne daß beide Theorien diesen Aspekt explizit formuliert hätten, ist es

plausibel, daß solche Abstraktionsvorgänge einen längeren Zeitraum im Vorschulalter erfordern, gleichsam eine diskursive Phase im Sinne Piagets, in der die Grundlegung und die Verallgemeinerung einzelner Prinzipien vorgenommen wird, ehe sie auf andere inhaltliche Bereiche Anwendung finden können. Inwieweit es nun einer Trainingsprozedur gelingen kann, solche Abstraktionsvorgänge wirksam zu übersetzen und nachzuahmen, ist aus den Forschungsergebnissen zur Zahlbegriffsentwicklung und auch aus den Forschungsergebnissen zum Entstehen der konkreten Operationen schwer abzuleiten. Denkt man etwa wieder an die Versuche, die Seriation und Prinzipien der Transitivität zu trainieren (vgl. Breslow, 1981) oder an die Bemühungen, Aufgaben zur Klasseninklusion zu vermitteln (Winer, 1981), so ist immer die Frage, inwieweit über ein sehr spezifisches Aufgabenprinzip hinaus vom Kind ein umfassenderer Begriff erworben wird. Kann das Kind z.B. nach dem Training der Seriation tatsächlich auch Prämissen zusammenfügen, um ein transitives Urteil zu bilden, oder ist seine Leistung von spezifischen Aufgabenfaktoren beschränkt? Diese Fragen in dieser Strenge zu formulieren, ist leicht damit zu begründen, daß über die Wirksamkeit spezifischer Instruktionsprinzipien hinaus Fragen der kognitiven Entwicklung und damit zugleich Fragen der Konstruktion kindlichen Wissens (und damit erkenntnistheoretischen Fragen) zur Diskussion stehen. Dies ist zumindest bei den Theorien der Zahlbegriffsentwicklung stets deutlich ausgedrückt worden.

Ist ein Trainingsweg nicht sehr effektiv oder aber zeigt er geringes Transfer auf die vorhergesagten Konzeptbereiche, so ist das auch ein möglicher Hinweis, daß die Trainingsmethode den konstruktiven Prozessen kindlichen Wissens in der Entwicklung nur begrenzt nahegekommen ist. Da die Trainingsstrategien nur spezifische Schritte im Umgang mit

einer Aufgabe präzisieren, und da ein bestimmter Begriff nur in spezifischen Aufgabenformen und Indikatoren sichtbar wird, gelingen immer nur vorläufige Annäherungen an die kindlichen Lernprozesse. Kurz, die Frage ist, wie man die Prozesse der Ordination und der Kardination in Aufgabensequenzen und Lernschritte übersetzen kann, die den konstruktiven Veränderungen des kindlichen Handlungsraumes und damit den qualitativen Verbesserungen in den Strategien des Kindes ähnlich sind. So sind z.B. kardinale Strategien (wie Zählen, Schätzen und Eins-Zu-Eins-Korrespondenz) für viele vierjährige Kinder schon bedeutsame quantitative Strategien für den Umgang mit Objektanordnungen. Genauso sehr wie Ordnungsbeziehungen zwischen Objekten, Aufreihungen und die Zählbarkeit von Gegenständen das Kind schon früh beschäftigt. Zwischen den groben Indikatoren der Ordination, der Kardination und schließlich auch der Zahl bleiben große Lücken, deren schrittweises Auffüllen erst die Beziehungen zwischen diesen Konzeptbereichen klären kann. Dazu sind nicht nur Trainingsmethoden nötig, die sich aus dem Umgang mit einer einzelnen Aufgabe lösen, sondern auch Formen der Arbeit mit dem Kind, die zeitlich ausgedehnter sind, um der inneren zeitlichen Sequenz und Wechselwirkung von Teilkonstituenten, kleinen Fortschritten des Kindes, Automatisierungen etc. und seinen konstruktiven und integrierenden Fähigkeiten im Umgang mit dem Begriff nahezukommen.

Literatur :

- Abramson, M., Cooney, J. & Vincent, L. Induction, emergence and generalization of logical operations in retarded children: a training to criterion procedure, *Journal of Special Education*, 1980, 14(3), 189-198
- Brainerd, C.J. The origins of the number concept, *Scientific American*, 1973, 228(3), 101-109
- Brainerd, C.J. Inducing ordinal and cardinal representations of the first five natural numbers, *Journal of Experimental Child Psychology*, 1974, 18, 520-534
- Brainerd, C.J. The origins of the number concept, New York Praeger, 1979
- Breslow, L. Reevaluation of the literature on the development of transitive inferences, *Psychological Bulletin*, 1981, 89(2), 325-351
- Carpenter, T.P. Research in cognitive development, in Shumway, R.J. Ed. *Research in Mathematics Education*, Reston, Va., National Council of Teachers of Mathematics, 1980
- Chukovsky, K. From two to five, Berkeley, 1963
- Clothiaux, C.-A. An investigation into the ordinality-cardinality controversy between the theories of Brainerd and Piaget, *Dissertation Abstracts*, 1978, A 39, 4, 2111 A
- Eckblad, G. Scheme theory, a conceptual framework for cognitive-motivational processes, London, Academic Press, 1981
- Field, D. The importance of the verbal content in the training of Piagetian conservation skills, *Child Development*, 1977, 48, 1583-1592
- Froman, T. & Hubert, L.J. Application of prediction analysis to developmental priority, *Psychological Bulletin*, 1980, 87(1), 136-146
- Halford, G.S. & Fullerton, T.J. A discrimination task which induces conservation of number, *Child Development*, 1970, 41, 205-214
- Hibert, J. Cognitive development and learning linear measurements, *Journal for Research in Mathematics Education*, 1981, 12(3), 197-211
- Johnson, M.L. Learning of classification and seriation by young children, in Steffe, 1975, S. 73-93
- Koslowski, B. Quantitative and qualitative changes in the development of seriation, *Merrill-Palmer Quarterly*, 1980, 26(4), 391-405

- Iesh, R.A. The generalization of Piagetian operations as it relates to the hypothesized functional interdependence between classification, seriation and number concepts, in Steffe, L.P. 1975, S. 94-122
- Litrownik, A.J. et al, Developmental priority of identity conservation : acceleration of identity and equivalence in normal and moderately retarded children, Child Development, 1978, 49, 201-206
- Lovell, K. Summary and implications, in Steffe, L.P. 1975, S.171-190
- Mpiangu, B.D. & Gentile, R.J. Is conservation a necessary condition for mathematical understanding ? Journal for Research in Mathematics Education, 1975, 6, 179-192
- Piaget, J. Some recent research and its link with a new theory of grouping and conservation based on commutativity, Annals of the New York Academy of Sciences, 1977, 291, 350-358
- Siegler, R.S. Developmental sequences within and between concepts, Monographs of the Society for Research in Child Development, 1981, Ser.No. 189, 46(2), 84 pp.
- Sinclair -de Zwart, E. Acquisition du langage et développement de la pensée - Sous systèmes linguistiques et opérations concrètes, Paris, Dunod, 1975
- Steffe, L.P. Research on mathematical thinking in young children, Six empirical studies, National Council of Teachers of Mathematics, 1975
- Steffe, L.P. & Carey, R.L. Learning of equivalence and order relations by four- and five-year old children, in Steffe, L.P., 1975, S. 19-46
- Thayer, E. & Collyer, C. The development of transitive inferences: a review of recent approaches, Psychological Bulletin, 1978, 85, 1327-1343
- Thomas, H. Evaluating the stage learning hypothesis, Journal of Experimental Child Psychology, 1980, 29, 507-518
- White, B.L. Experience and environment, major influences on the development of children, Volume 2, Englewood Cliffs, N.J. , Prentice Hall, 1978
- Winer, G.A. Class inclusion reasoning in children: a review of the empirical literature, Child Development, 1980, 51, 309-328

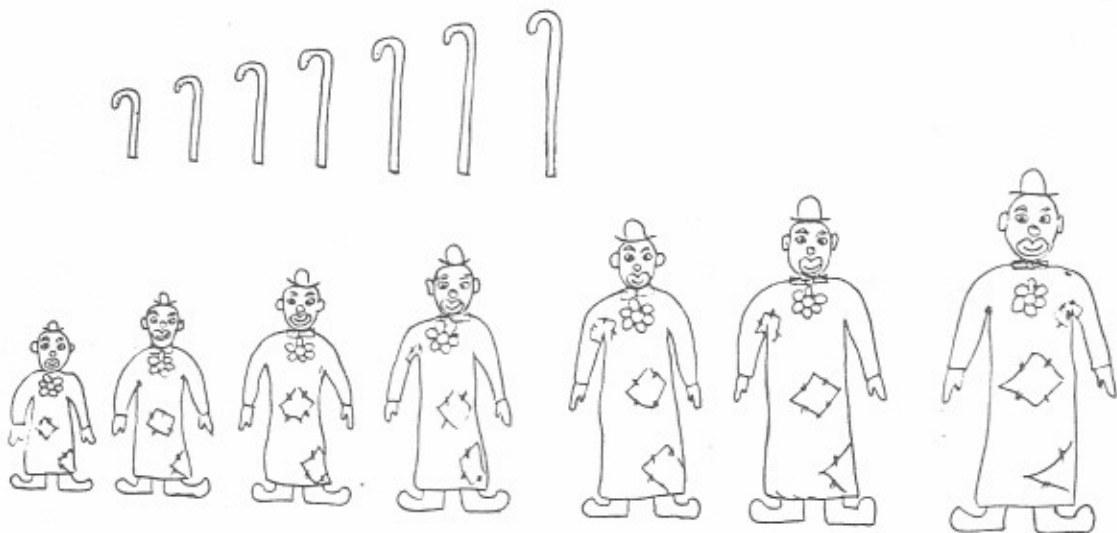
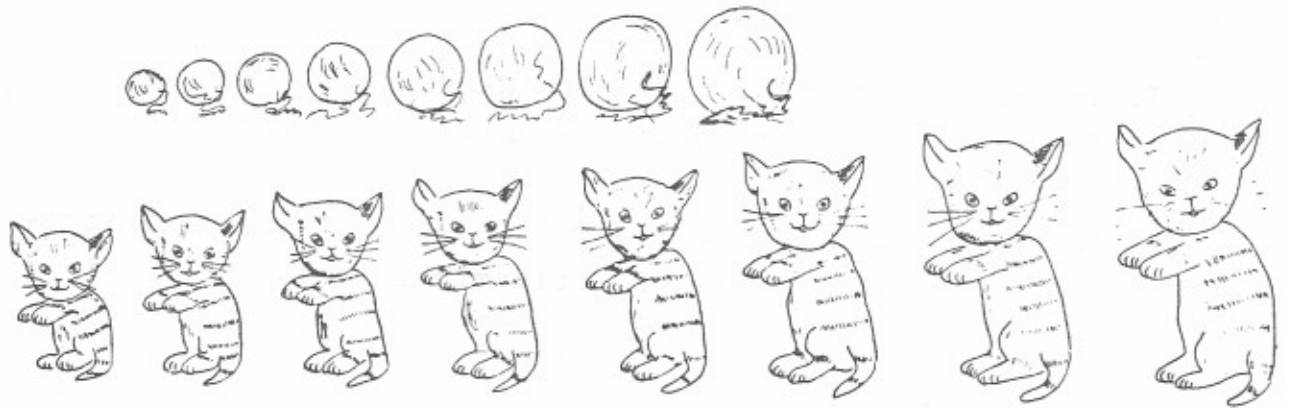
+++++

- Nachtrag: Hofmann, R. & Trepanier, M. Scaling a single attribute: a methodological study of conservation, Journal of Genetic Psychology, 1975, 126, 233-242

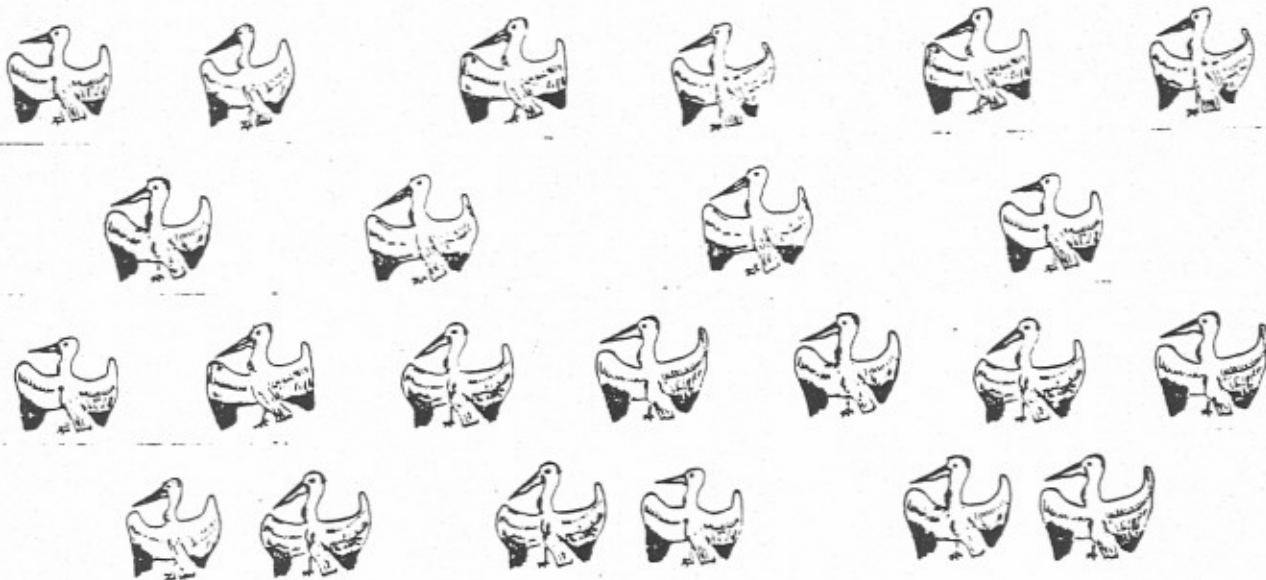
Anhang:

- I. Aufgabenbeispiele aus den Trainingsmaterialien
(Ordinations-, Kardinations- und Invarianztraining)
- II. Beobachtungsblätter für die Aufzeichnung der Trainings-
sequenz (Ordinations-, Invarianztraining)

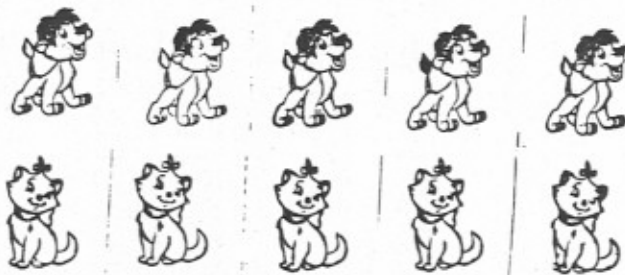
Aufgabematerialien : Ordinationstraining



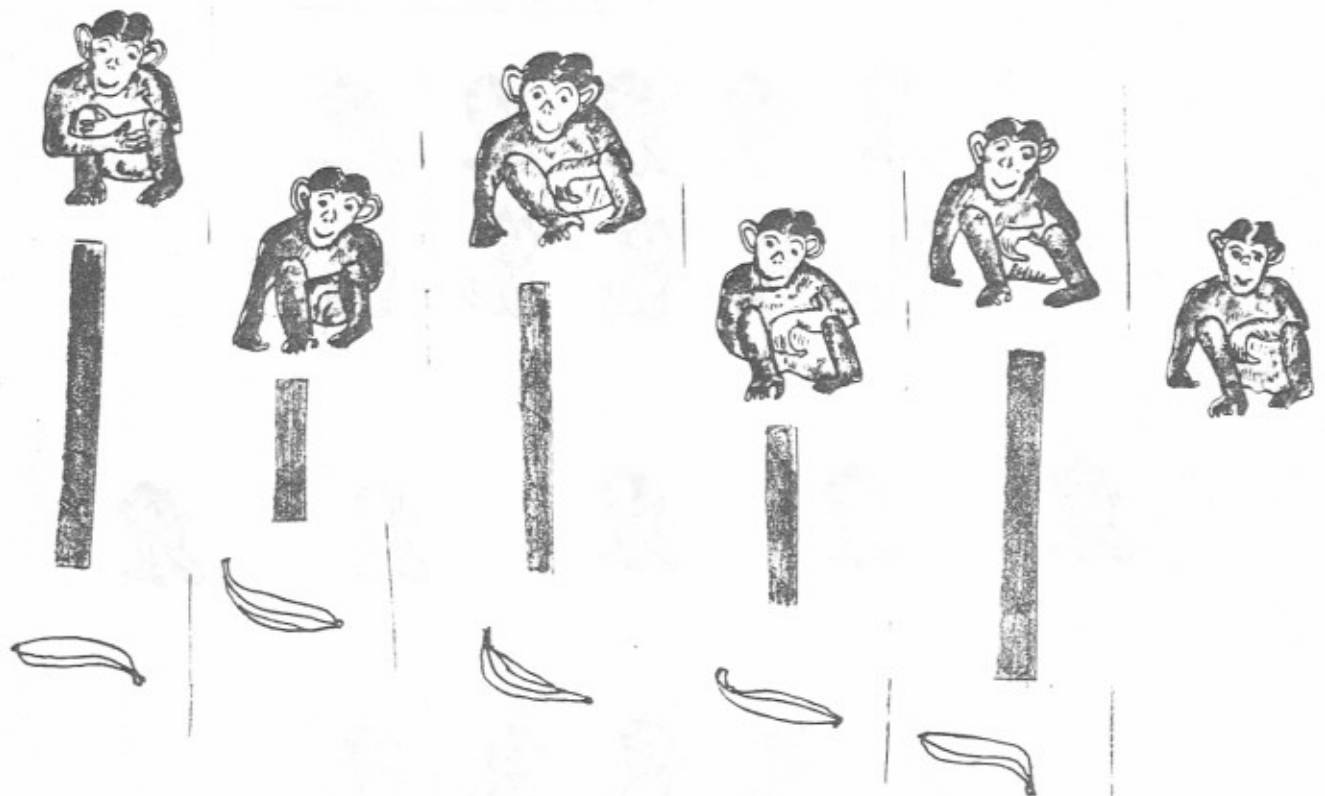
Aufgabenmaterialien : Kardinationstraining



Aufgabenmaterialien : Invarianztraining



Aufgabenmaterialien : Invarianztraining



Name _____

Aufgaben-Nummer _____ Material _____

Seriation

(Aufreihen der Bilder)

spontane sprachliche
Beschreibung des Kindes

korrekt _____

Hilfen:

vollständige

Neukonstruktion _____

Korrektur für
einzelne Bilder

(4 Bilder richtig) _____

ordinale Korrespondenz

(zwei Reihen zueinander in Beziehung setzen)

korrekt _____

spontane sprachliche
Bezeichnungen

Hilfen:

vollständige

Neukonstruktion _____

Korrektur
für einige
Bilder _____

Einfügen neuer Elemente

korrekt _____

spontane sprachliche
Bezeichnungen

Hilfe bei

Vergleichen _____

Zusatzfragen:

Wieviele sind kleiner / größer als das kleinste / größte ?

Wieviele sind kleiner / größer als das mittlere ?

(beim Zählen helfen wenn notwendig, es kommt aber nicht
darauf an, daß diese Lösung richtig ist)

Vergleich von drei ausgewählten Elementen

Welches ist kleiner / größer als das mittlere /
das ganz kleine / das ganz große ?

Aufgaben-Nr. _____ Material _____ Name _____

Äquivalenzerhaltung (zwei Mengen) - 1 -

Problemsequenzen (Art der Transformation)

Die Wahl der transformierten Reihe und die Reihenfolge der acht Transformationen ist beliebig.

Frage: Sind es noch gleichviele oder hat eine Reihe weniger (bzw. mehr) Bilder ?
(Frageform variieren!!!)

Warum? (Erklärung nach jeder zweiten Transformation)

Zusammenschieben (2/3 der ursprünglichen Länge)	gleichviel _____ mehr _____ weniger _____	<u>Erklärung:</u> nur auseinanderge- schoben _____ keins dazugekommen _____ Zusatzinstruktion (Zählen/Korresp.) _____
Auseinanderziehen (1,5 fache Länge)	gleichviel _____ mehr _____ weniger _____	<u>Erklärung:</u> nur auseinanderge- schoben _____ keins dazugekommen _____ Zusatzinstruktion (Zählen/Korresp.) _____
Zusammenschieben zu einem Kreis (1/2 der Länge) und einen Stein bei der zusammen- geschobenen Menge hinzufügen	gleichviel _____ mehr _____ weniger _____	<u>Erklärung:</u> nur auseinanderge- schoben _____ eins hinzugekommen/ eins weggekommen _____ Zusatzinstruktion (Zählen/Korresp.) _____
Auseinanderziehen und bei der aus- einandergezogenen Menge ein Bild hinzufügen	gleichviel _____ mehr _____ weniger _____	<u>Erklärung:</u> nur auseinanderge- schoben _____ eins hinzugekommen/ eins weggekommen _____ Zusatzinstruktion (Zählen/Korresp.) _____

Äquivalenzerhaltung

- 2 -

Zusammenschieben
einer Reihe (2/3
der Länge) und
bei dieser Reihe
2 Bilder wegneh-
men, bei der an-
deren Reihe ein
Bild wegnehmen

gleichviel _____
mehr _____
weniger _____

Erklärung:
nur auseinanderge-
schoben _____
eins dazugekommen _____

Zusatzinstruktion
(Zählen/Korresp.)

Auseinanderziehen
der einen Reihe
und bei dieser
Reihe zwei Bilder
wegnehmen (am
Ende hat die Reihe
die 1,5 fache
Länge)

gleichviel _____
mehr _____
weniger _____

Erklärung:
nur auseinanderge-
schoben _____
eins/keins hinzu-
gekommen _____

Zusatzinstruktion
(Zählen/Korresp.)

eine Reihe zusam-
mengeschieben, die
andere auseinander-
gezogen
(eine Reihe bildet
einen Haufen, die
andere ist etwa
dreimal so lang)

gleichviel _____
mehr _____
weniger _____

Erklärung:
nur auseinanderge-
schoben _____
eins hinzu / keins
hinzugekommen _____

Zusatzinstruktion

eine Reihe wird zu
einem Kreis zusam-
mengeschieben, die
andere wird leicht
auseinandergezogen

gleichviel _____
mehr _____
weniger _____

Erklärung:
nur auseinanderge-
schoben _____
eins hinzu / keins
weggenommen _____

Zusatzinstruktion

Aufgaben-Nr. _____ Material _____ Name _____

Identitätserhaltung (eine Menge) - 1 -

Problemssequenzen
(Art der Transformation)

Die Wahl der transformierten Reihe und die Reihenfolge der acht Transformationen ist beliebig.

Frage: (nach der Transformation) Sind es gleichviele Bilder jetzt und vorher oder sind es jetzt mehr Bilder oder waren es vorher mehr Bilder? Warum?

Die Erklärung wird nur nach jeder zweiten Transformation erfragt.

Auseinanderschoben (1,5 fache Länge)	gleichviel _____	<u>Erklärung:</u>
	mehr vorher _____	nur auseinanderge- schoben _____
	mehr jetzt _____	keins ist hinzuge- kommen _____
		Zusatzinstruktion (Zählen/Korresp.) _____

Zusammenschieben (2/3 der ursprüng- lichen Länge)	gleichviel _____	<u>Erklärung:</u>
	mehr vorher _____	nur auseinanderge- schoben _____
	mehr jetzt _____	keins ist hinzuge- kommen _____
		Zusatzinstruktion (Zählen/Korresp.) _____

Auseinanderschoben (1,5 fache Länge) und 1 Bild hinzu- legen	gleichviel _____	<u>Erklärung:</u>
	mehr vorher _____	nur auseinanderge- schoben _____
	mehr jetzt _____	keins ist hinzuge- kommen/du hast eins dazugelegt _____
		Zusatzinstruktion (Zählen/Korresp.) _____

Zusammenschieben (2/3 der ursprüng- lichen Länge)	gleichviel _____	<u>Erklärung:</u>
	mehr vorher _____	nur auseinanderge- schoben _____
	mehr jetzt _____	eins dazugekommen/ keins _____
		Zusatzinstruktion _____

Identitätserhaltung (eine Menge)

- 2 -

Auseinanderschieben
(1,5 fache Länge)
und 1 Bild weg-
nehmen

gleichviel _____
mehr vorher _____
mehr jetzt _____

Erklärung:

nur auseinanderge-
schoben _____
eins hinzugekommen/
keins weggenommen

Zusatzinstruktion
(Zählen/Korresp.)

Zusammenschieben
zu einem Kreis
(1/3 der Länge)
und 1 Bild weg-
nehmen

gleichviel _____
mehr vorher _____
mehr jetzt _____

Erklärung:

nur auseinanderge-
schoben _____
eins hinzugekommen/
keins weggenommen

Zusatzinstruktion
(Zählen/Korresp.)

Auseinanderschieben
(2 fache Länge)
und zwei Bilder
wegnehmen

gleichviel _____
mehr vorher _____
mehr jetzt _____

Erklärung:

nur auseinanderge-
schoben _____
eins hinzugekommen/
keins weggenommen

Zusatzinstruktion
(Zählen/Korresp.)

Auseinanderschieben
(über die ganze
Fläche verteilen)
und ein Bild weg-
nehmen

gleichviel _____
mehr vorher _____
mehr jetzt _____

Erklärung:

nur auseinanderge-
schoben _____
eins hinzugekommen/
keins weggenommen etc.

Zusatzinstruktion
(Zählen/Korresp.)